meddel. Serie: Hydrog.

LIBRARY
FOR A WORLD SERVICE
IN OCEANIC POLLUTION
INVESTIGATIONS

MEDDELELSER

FRA

KOMMISSIONEN FOR HAVUNDERSØGELSER

SERIE: HYDROGRAFI · BIND I

Nr. 13. Kirstine Smith: GEZEITENSTROEME BEI DEN FEUERSCHIFFEN VYL UND HORNS REV. (MIT 4 TEXTFIGUREN)

KØBENHAVN
I KOMMISSION HOS C. A. REITZEL
BIANCO LUNOS BOGTRYKKERI
1910

MEDDELELSER FRA KOMMISSIONEN FOR HAVUNDERSØGELSER
SERIE: HYDROGRAFI · BIND I · NR. 13 · 1910

GEZEITENSTROEME

BEI

DEN FEUERSCHIFFEN VYL UND HORNS REV

VON

KIRSTINE SMITH

MIT 4 TEXTFIGUREN

KØBENHAVN
I KOMMISSION HOS C. A. REITZEL
BIANCO LUNOS BOGTRYKKERI
1910

INHALT

Seite

Einleitung 3

Harmonische Analyse 3

Allgemeines über die Tiden 3

Bestimmung der Tiden M_2, M_4, M_6, N, L, O, $2MS$, $2M^+S$, MS und MSf 5

Bestimmung der Tiden S_2, S_1, K_2, K_1, P, Sa, Ssa und des Mittelstroms 11

Tabellen und andere Resultate der harmonischen Analyse 15

Vergleich zwischen beobachteten und berechneten Strömen bei Vyl 21

Résumé 23

Einleitung.

Die vorliegende Arbeit bezweckt, soweit dies möglich ist, alle periodischen Elemente des Stromes bei den Feuerschiffen Vyl und Horns Rev zu bestimmen. Hierzu sind die auf Veranlassung des dänischen Meteorologischen Instituts gemachten Observationen, welche in „Nautiske-Meteorologiske Aarbøger" veröffentlicht sind, benutzt. Die Beobachtungen sind jede 4. Stunde gemacht; die Stromstärke ist durch Schätzung bestimmt und nur dann und wann durch Messungen mit Log kontrollirt worden.

Die Bearbeitung ist für das Jahr 1904 für beide Feuerschiffe durchgeführt und ausserdem sind für Vyl gewisse periodische Stromelemente für jedes der Jahre 1905—1908 berechnet.

Der erste Teil ist eine allgemeine Darstellung der Methode zur Bestimmung der Gezeitenströme aus jede 4. Stunde gemachten Beobachtungen; sie ist im Prinzip nicht von den Methoden abweichend, die von G. H. Darwin und J. P. van der Stok angewandt sind, die geänderte Anzahl von täglichen Beobachtungen aber hat derartige Modifikationen notwendig gemacht, dass eine gesammelte Darstellung des Verfahrens wünschenswert erscheint.

Darauf werden die Resultate der Berechnungen mitgeteilt und ausserdem ein Vergleich zwischen allen bei Vyl 1904 um 12 Uhr Mittag beobachteten Strömen und Strömen, welche als Summen des Mittelstromes und der hier bestimmten periodischen Glieder berechnet worden sind, angestellt.

Harmonische Analyse.

Allgemeines über die Tiden.

Nehmen wir vorläufig an, dass der Strom an der betrachteten Stelle stets in der einen oder in der anderen von zwei entgegengesetzten Richtungen läuft, kann eine Stromobservation durch eine positive oder negative Zahl s ausgedrückt werden, deren Vorzeichen die Richtung und deren absoluter Wert die Stromstärke angiebt.

Laut G. H. Darwins auf die Gleichgewichtslehre begründete Theorie der Gezeiten lässt sich der Strom s_t zu der Zeit t (Mittelsonnenzeit in Stunden vom 1. Januar Mittag gerechnet) von unperiodischen meteorologischen Ursachen abgesehen durch die Summe

$$s_t = m + \Sigma R_x \cos(n_x t - \zeta_x) \qquad (1)$$

ausdrücken, wo m den Mittelstrom bedeutet. Jedes der periodischen Glieder wird, wie die Bewegungen, für welche sie der Ausdruck sind, Tide-Ströme oder Tiden genannt, den entsprechenden Gliedern des Ausdrucks des Wasserstandes analog. R_x ist also die halbe Amplitude einer Tide, n_x deren sogenannte Geschwindigkeit, d. h. der Zuwachs ihres Arguments in der Zeiteinheit und $\frac{\zeta_x}{n_x}$ die Zeit, welche vom ersten Observationstage um 12 Uhr Mittag bis zu dem Zeitpunkt verläuft, wo die Tide zum ersten Mal ihren

Maximumswert erreicht. Von diesen Grössen ist n theoretisch bestimmt und besonders charakteristisch für die Tide; wenn n ungefähr 30° ist, ist die Periodenlänge der Tide ungefähr 12 Stunden und die Tide wird halbtägig genannt; wenn n ca. 15° ist, ist die Tide eintägig.

Wir wollen hier die halbtägigen Tiden M_2 (mit den Nebentiden M_4 und M_6) S_2, N, L und K_2, die eintägigen Tiden S_1, K_1, O und P und die Tiden S_a und S_{sa} mit den Periodenlängen ein ganzes und ein halbes Jahr untersuchen und ausserdem einige zusammengesetzte Tiden.

Betreffend der genauen Bedeutung dieser Bezeichnungen wird auf G. H. Darwin[1]) sowie auf C. Börgen[2]) verwiesen. Ihr astronomischer Ursprung ist teilweise durch Angabe ihrer Geschwindigkeit zu verstehen; betreffs S_a und S_{sa} ist jedoch gleich zu bemerken, dass sie wesentlich als meteorologische Wirkungen aufzufassen sind.

In der untenstehenden Tabelle wird für jede Tide ihre Geschwindigkeit angegeben, ausgedrückt durch die Winkelgeschwindigkeit der Erde γ, die Bewegung des Mondes σ, die Bewegung seines Perigäum ω und durch die Bewegung der Sonne η; in der letzten Kolonne ist die Geschwindigkeit in Graden per Stunde angegeben.

Tabelle I.

Bezeichnung der Tide	Geschwindigkeit	Geschwindigkeit in Graden per Stunde	Bezeichnung der Tide	Geschwindigkeit	Geschwindigkeit in Graden per Stunde
M_2	$2\gamma-2\sigma$	28°,9841042	P	$\gamma-2\eta$	14°,9589314
M_4	$4\gamma-4\sigma$	57°,9682084	L	$2\gamma-\sigma-\omega$	29°,5284788
M_6	$6\gamma-6\sigma$	86°,9523126	S_a	η	0°,0410686
S_1	$\gamma-\eta$	15°,0000000	S_{sa}	2η	0°,0821372
S_2	$2\gamma-2\eta$	30°,0000000	$2MS$	$2\gamma-4\sigma+2\eta$	27°,9682084
K_1	γ	15°,0410686	$2M+S$	$6\gamma-4\sigma-2\eta$	87°,9682084
K_2	2γ	30°,0821372	MS	$4\gamma-2\sigma-2\eta$	58°,9841042
O	$\gamma-2\sigma$	13°,9430356	MSf	$2\sigma-2\eta$	1°,0158958
N	$2\gamma-3\sigma+\omega$	28°,4397296			

Hieraus ist zu ersehen, dass M_2 und S_2 die Haupt-Mond- und Sonnen-Tiden sind, N und L sind Mondtiden, welche auf Grund der wechselnden Entfernung des Mondes von der Erde entstehen. K_2 bezieht sich auf die Deklination des Mondes und der Sonne. K_1 und O sind die täglichen Haupt-Mondtiden und P die tägliche Haupt-Sonnentide. Die vier letzten Tiden der Tabelle sind zusammengesetzte Tiden, welche den Kombinationen M_4 und S_2 sowie M_2 und S_2 entsprechen, wie man sieht sind ihre Geschwindigkeiten die Differenzen oder Summen derjenigen der genannten primären Tiden.

Es wird sich zeigen, dass mehrere der hier erwähnten Tiden so geringe Amplituden haben, dass die Genauigkeit, mit welcher sie nach den Observationen eines Jahres bestimmt werden können, geringer ist als die Amplitude selbst. Da die Untersuchung aller Tiden nicht in wesentlichem Grade die Arbeit, welche die Untersuchung der wichtigsten Tiden erfordert, vergrössert, sind sie alle mitgenommen, und zur Erläuterung des Wertes der Resultate sind einige der Tiden für jedes von 5 nach einander folgenden Jahren bestimmt.

Unsere Aufgabe ist mittelst der vorliegenden jede 4te Stunde angestellten Stromobservationen den Mittelstrom m und die den erwähnten Tiden entsprechenden Werte von R und ζ in der Formel (1) zu finden. Da die Observationen nicht jede Stunde angestellt sind, ist die von Darwin und Börgen in den obenerwähnten Abhandlungen dargestellte Methode zu harmonischer Analyse der Gezeitenbeobachtungen

[1]) Harmonic analysis of tidal observations (Report of the british association for the advancement of science 1883).

[2]) Die harmonische Analyse der Gezeitenbeobachtungen (Annalen der Hydrographie etc. 1884, auch separat erschienen).

nicht direkt anwendbar. Brauchbarer ist das von Dr. VAN DER STOK[1]) benutzte Verfahren zur Bestimmung der harmonischen Konstanten bei 3 Mal täglich angestellten Beobachtungen, welches Verfahren in den Hauptzügen denn auch hier bei der Untersuchung der Tiden M_2 (M_4 und M_6) N, L, O, $2MS$, $2M^+S$, MS und MSf zur Anwendung gelangen wird. Bei der Bestimmung der harmonischen Konstante der übrigen Tiden können wir dagegen direkt DARWINS[2]) Methode mit Benutzung monatlicher Mittelzahlen anwenden, ohne andere Aenderungen als die durch die veränderte Anzahl täglicher Beobachtungen entstehenden.

Bestimmung der Tiden M_2 (M_4 und M_6) L, N, O, $2MS$, $2M^+S$, MS und MSf.

Mit T wollen wir die Periodenlänge einer eintägigen Tide bezeichnen oder die doppelte Länge einer halbtägigen Tide; wir können dann $\frac{1}{24}\ T$ eine T-Stunde (oder speziell M-Stunde, N-Stunde u. s. w.) nennen und von T-tagen sprechen und wieviel Uhr es nach T-zeit ist. In der Formel (1) bezeichnete n den Winkel, den das Argument einer Tide sich während einer Sonnenstunde ändert; hieraus ergiebt sich, dass T gleich $\frac{360}{n} \cdot p$ Sonnenstunden ist, wenn p entweder 1 oder 2 ist, je nachdem die betreffende Tide ein- oder halbtägig ist. Da die hier behandelten Tiden alle n haben, die geringer sind als $15°p$, sind ihre T-tage grösser als Sonnentage. Umgekehrt ist ein Sonnentag

$$\frac{24n}{15p} = 24 - \frac{24\,(15p - n)}{15\,p}$$

T-stunden.

Wir wollen nun die Beobachtungen derart gruppieren, dass Beobachtungen, welche in derselben T-stunde — abgesehen von einer ganzen Anzahl T-tagen — angestellt sind, in eine Gruppe für sich aufgenommen werden. Wir werden deshalb 24 Kolonnen aufstellen mit Nummern 0, 1, 2 ..... 23, von denen die erste Beobachtungen von 23 ½ Uhr bis 0 ½ Uhr angiebt, die zweite solche von 0 ½ Uhr bis 1 ½ Uhr u. s. w. Aus praktischen Gründen werden Messungen, die zur gleichen Sonnenzeit unternommen wurden, für sich aufgeschrieben. Bestimmen wir, dass die Uhr am 1. Januar Mittags 0 in der Sonnenzeit und 0 in der T-zeit ist, so muss die zu der Zeit gemachte Beobachtung in die Kolonne 0 eingeführt werden, und eine am 1. Januar um t Uhr Sonnenzeit, muss in eine Kolonne τ, deren Nummer die ganze Zahl ist, die $\frac{tn}{15p}$ am nächsten liegt. Für eine um t Uhr ν Tage nach dem 1. Januar unternommene Messung, haben wir

$$\tau + 24\nu' = \frac{tn}{15p} + 24\nu - \frac{24\,(15p - n)}{15p}\nu, \tag{2}$$

wo ν' die Anzahl ganze T-tage angiebt, welche seit dem 1. Januar Mittags verstrichen sind. (2) bestimmt τ als die ganze Zahl, die dem kleinsten positiven Rest am nächsten liegt, den die rechte Seite der Gleichung durch Division mit 24 giebt; jedes Mal, wenn $r = \nu - \nu'$ um 1 grösser wird, und nicht eher kommt man also zu derselben Kolonne zurück.

Da

$$\frac{\nu'}{\nu} = \frac{n}{15p}$$

ist

$$r = \nu - \nu' = \nu\,\frac{15p - n}{15p}, \tag{3}$$

wo r als die grösste ganze Zahl in der Grösse der rechten Seite vom Gleichheitszeichen zu nehmen ist.

Von (2) und (3) bekommt man

$$\nu = \frac{15p}{15p - n}\left\{r - \frac{1}{24}\left(\tau - \frac{tn}{15p}\right)\right\}, \tag{4}$$

[1]) „Studien over Getijden in den Indischen Archipel“ No. 2 mit Separat-Titel „Waarnemingen op enkele bepaalde uren van den Dag“ nach dem Referat von Prof. Dr. C. BÖRGEN in den „Annalen der Hydrographie etc. 1903“.

[2]) Proceedings of the royal society. Vol. 52.

die, indem man ganze Zahlen für r einsetzt, die Daten der Beobachtungen bestimmt, welche um t Uhr ausgeführt sind und in die Kolonne τ eingetragen werden müssen. Es dürfte hier angebracht sein, darauf aufmerksam zu machen, dass es nicht als eine gegebene Tatsache anzusehen ist, dass es einen Wert zwischen $\tau - \frac{1}{2}$ und $\tau + \frac{1}{2}$ giebt, dem ein ganzer Wert von ν entspricht.

Wenn die Zahlenwerte für n und p in (2) eingesetzt werden, erhält man folgende Gleichungen zur Bestimmung von τ, wo t Mittelsonnenzeit ist:

$$\begin{aligned}
\text{Für } M_2 \text{ und Nebentiden} \quad & \tau = 0{,}96614\,t - 0{,}812717\,\nu + 24\,r \\
\text{- } N \qquad\qquad\qquad\quad & \tau = 0{,}94799\,t - 1{,}248216\,\nu + 24\,r \\
\text{- } L \qquad\qquad\qquad\quad & \tau = 0{,}98428\,t - 0{,}377217\,\nu + 24\,r \\
\text{- } O \qquad\qquad\qquad\quad & \tau = 0{,}92954\,t - 1{,}691143\,\nu + 24\,r
\end{aligned}$$

Beim Niederschreiben werden die Beobachtungen derart geordnet, dass diejenigen, welche demselben Wert von r entsprechen, für sich gehalten werden.

Handelt es sich z. B. um M_2, zeigt die Formel, dass τ in den meisten Fällen um 1 kleiner wird, wenn ν um 1 grösser wird, in einigen Fällen aber bleibt τ unverändert, so dass 2 nach einander folgende Beobachtungen in dieselbe Kolonne eingetragen werden müssen. Deshalb sind den dem gleichen Wert von r entsprechenden Beobachtungen 2 Zeilen vorzubehalten.

Der Anfang des Schemas für Beobachtungen, die um 4 Uhr angestellt sind, sieht z. B. folgendermassen aus:

$M4^h$ p. m.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
5	3	2	1	0																			
	4																						
34	33	32	30	29	28	27	26	24	23	22	21	19	18	17	16	14	13	12	11	10	8	7	6
			31					25				20				15					9		

wo die Plätze der Beobachtungen durch die den Beobachtungen entsprechenden ν bezeichnet sind.

In derselben Weise werden untenstehend Anfänge der Schemen für N, L und O gezeigt:

$N4^h$ p. m.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
3	2		1	0																			
22	21		20	19	18		17	16	15	14		13	12	11	10		9	8	7	6		5	4

$L4^h$ p. m.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
10	7	4	2																				
11	8	5	3	0																			
	9	6		1																			
73	71	68	65	63	60	57	55	52	49	47	44	41	39	36	33	31	28	26	23	20	18	15	12
74	72	69	66	64	61	58	56	53	50	48	45	42	40	37	34	32	29	27	24	21	19	16	13
75		70	67		62	59		54	51		46	43		38	35		30		25	22		17	14

$O4^h$ p. m.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
2		1		0																			
	16	15		14		13	12		11		10	9		8		7		6	5		4		3

In der Praxis geschieht die Einrichtung der Schemen sehr einfach mittelst einer Additionsmaschine, wobei das Niederschreiben der den Beobachtungen entsprechenden Kolonnennummern vermieden wird. Man berechnet die erforderliche Anzahl Zeilen für jedes r und braucht nur allmählich bei der Ausführung

der Additionen auf der Maschine, die Rubrik zu markieren, wo die erste Beobachtung angebracht werden soll, und sonst einen Strich in die Rubrikken zu zeichnen, wo keine Beobachtungen einzutragen sind.

Die Untersuchung der Tiden $2MS$, $2M+S$, MS und MSf erfordert kein besonderes Niederschreiben der Beobachtungen, sondern geschieht, wie wir es zeigen werden, mittelst der 24 Kolonnesummen von den M-schemas, die für jede einzelne der 6 Sonnenzeiten berechnet werden. Betrachten wir erst MS und $2MS$ können ihre Geschwindigkeiten, wenn M's Geschwindigkeit n genannt wird, als $n+30°$ und $2(n+30°)$ aufgefasst werden, indem wir 90° Grad zu der letzten Geschwindigkeit addirt haben, was bei den Anwendungen keine Bedeutung bekommt, da die Beobachtungen mit Zwischenräumen von 4 Stunden gemacht sind. Hieraus folgt, dass die Beobachtungen von ihrem Platz in den M-schemas so viele Kolonnen vorwärts geschoben werden müssen, wie die Anzahl der vom Mittag bis zum Observationsaugenblick verstrichenen Stunden angiebt. Man braucht also nur die Kolonnensummen von den M-schemas auf obenangegebene Weise zu verschieben, um die entsprechenden Summen zur Bestimmung von MS und $2MS$ zu erhalten. In derselben Weise können die Geschwindigkeiten für MSf und $2M+S$ als $-(n-30°)$ und $2(n-30°)$ aufgefasst werden und die 24 Kolonnensummen werden von den M-summen hergestellt, indem diese so viele Kolonnen nach links verschoben werden, wie es die betreffende Sonnenzeit angiebt. Hierdurch erhält man jedoch die Kolonnen für MSf in umgekehrter Ordnung, da die Kolonnennummern als negativ aufzufassen sind.

Für jede T-tide können diese Schemen uns 24 ebenmässig auf den T-tag verteilte Mittelwerte des Stromes verschaffen, und könnte man darauf rechnen, dass jede dieser von allen anderen Tiden unbeeinflusst wäre, bliebe nur übrig, R und ζ in folgender Weise zu bestimmen nach der gewöhnlichen Regel, welche die Methode der kleinsten Quadrate zur Bestimmung von Konstanten in Fourier'schen Reihen giebt.

Heisst die Mittelzahl der Strommessungen in der Kolonne τ s_τ berechnet man

$$\left.\begin{aligned} A_x &= R_x \cos\zeta_x = \frac{1}{12}\sum_{\tau=0}^{\tau=23} s_\tau \cos 15° p\tau \\ \text{und}\qquad B_x &= R_x \sin\zeta_x = \frac{1}{12}\sum_{\tau=0}^{\tau=23} s_\tau \sin 15° p\tau, \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

wovon R_x und ζ_x bestimmt werden.

Die erwähnte Voraussetzung, dass die 24 Werte für s unabhängig von den übrigen Tiden sind, ist indess nicht ganz stichhaltig, wie folgende Untersuchung zeigen wird.

Wenn wir die jetzt gesuchte Tide mit Amplitude $2R_x$ ausscheiden, kann (1)

$$s_t = m + R_x \cos(n_x t - \zeta_x) + \Sigma R_y \cos(n_y t - \zeta_y)$$

geschrieben werden, setzt man $t = \mathrm{t} + 24\nu$ bekommt man, da $24.15p$ ein Multiplum von 360 ist

$$s_{\mathrm{t},\nu} = m + R_x \cos(n_x \mathrm{t} + (n_x - 15°p)\,24\nu - \zeta_x) + \Sigma R_y \cos(n_y \mathrm{t} + (n_y - 15°p')\,24\nu - \zeta_y), \tag{6}$$

welche in eine Kolonne τ von (2) bestimmt, eingetragen werden soll. Der allgemeine Ausdruck für eine Strommessung in der Kolonne τ, welche zweckmässig $s_{\tau,r}$ zu bezeichnen ist, ist dadurch zu erlangen, dass man in (6) ν mittelst (4) eliminirt.

$$s_{\tau,r} = m + R_x \cos(15°p\tau - \zeta_x) + \Sigma R_y \left(n_y \mathrm{t} - 24ar + a\tau - \frac{\mathrm{t}\,n_x}{15°p - n_x}(15°p' - n_y) - \zeta_y\right)$$

wo

$$a = \frac{n_y - 15°p'}{n_x - 15°p} \cdot 15°p$$

oder

$$s_{\tau,r} = m + R_x \cos(15°p\tau - \zeta_x) + \Sigma R_y \cos(a\tau + (15°p' - a)\mathrm{t} - 24ar - \zeta_y) \tag{7}$$

Wie obenstehende Schemen über die Aufstellung von Beobachtungen zeigen, können einem Satz Werte τ und r bisweilen mehrere Beobachtungen entsprechen, bisweilen garkeine; um dem abzuhelfen, nehmen wir im ersten Fall Mittelzahlen der demselben r entsprechenden Beobachtungen in der Kolonne τ,

und im zweiten Fall schalten wir eine fingirte Beobachtung ein, als Mittelzahl der demselben r entsprechenden Beobachtungen in den Kolonnen $\tau+1$ und $\tau-1$ bestimmt. Wir erreichen somit für jeden Satz Werte τ und r einen und zwar nur einen Wert für den Strom zu erhalten.

Aus der Ableitungsweise der Formel (7) ergiebt sich, dass τ in dieser Gleichung eigentlich als ein Bruch aufzufassen ist, der höchstens um $\frac{1}{2}$ von der Nummer der Kolonne abweicht; wenn die Abweichungen zwischen den Werten von $-\frac{1}{2}$ bis $\frac{1}{2}$ ebenmässig verteilt wären, würde ein Korrektionsfaktor $\frac{p\pi}{24\sin\frac{15°p}{2}}$ dem abhelfen können und uns gestatten, τ als eine ganze Zahl zu betrachten (das Glied, welches R_y enthält, ist so gering, dass dessen Korrektion kein Interesse hat). Da wir indess Mittelzahlen gebildet haben oder Werte zwischen den Beobachtungen eingeschaltet haben, wird die Form des Korrektionsfaktors nicht gar so einfach und wir wollen uns hier darauf beschränken, für die verschiedenen Tiden die Zahlenwerte der Korrektionsfaktoren, die zu den berechneten R_x gefügt werden müssen, mitzuteilen.

	M_2	M_4	M_6	N	L	O
Korrektionsfaktor	1,0088	1,0358	1,0830	1,0202	1,0107	1,0123

In der folgenden Erörterung ist der Korrektionsfaktor hinzuzudenken und τ wird als eine ganze Zahl aufgefasst.

Unter den gegebenen Voraussetzungen ist der Mittelstrom für die Kolonne τ um t Uhr

$$s_{\tau,t} = \frac{1}{r}(s_{t,1} + s_{t,2} + \ldots + s_{t,r}), \tag{8}$$

indem wir hier, zur Vereinfachung der Korrektion, die Beobachtungen wegfallen lassen, welche $r = 0$ entsprechen und so viele mitnehmen, dass alle Kolonnen gleich viele bekommen. Aus (7) und (8) findet man

$$s_{\tau,t} = m + R_x\cos(15°p\tau - \zeta_x) + \sum\frac{\sin 12ar}{r\sin 12a}R_y\cos(a\tau + (15°p' - a)t - 12a(r+1) - \zeta_y); \tag{9}$$

werden hier nach und nach für t 0, 4, 8, 12, 16 und 20 eingesetzt und wird die Mittelzahl der 6 Resultate berechnet, bekommt man

$$s_\tau = m + R_x\cos(15°p\tau - \zeta_x) + \sum\frac{\sin 12ar}{6r\sin 12a}\cdot\frac{\sin 12(15°p' - a)}{\sin 2(15°p' - a)}R_y\cos(a\tau + 10(15°p' - a) - 12a(r+1) - \zeta_y)$$

oder

$$s_\tau = m + R_x\cos(15°p\tau - \zeta_x) + \sum\frac{\sin 12ar}{6r\sin 2(15°p' - a)}R_y\cos(a\tau - 30°p' - a(12r+22) - \zeta_y). \tag{10}$$

Um R_x und ζ_x zu finden, wird nun wie in (5)

$$\frac{1}{12}\sum_{\tau=0}^{\tau=23}{}' s_\tau \overset{\cos}{\underset{\sin}{}} 15°p\tau = R_x \overset{\cos}{\underset{\sin}{}} \zeta_x - \frac{\sin 12ar}{72r\sin 2(15°p' - a)}R_y\sum_{\tau=0}^{\tau=23}{}' \overset{\cos}{\underset{\sin}{}} 15°p\tau\cos(a\tau - \zeta_x - 30°p' - a(12r+22))$$

berechnet und hieraus bekommt man

$$\left.\begin{aligned} A_x = R_x\cos\zeta_x &= \frac{1}{12}\sum_{\tau=0}^{\tau=23}{}' s_\tau\cos 15°p\tau - \sum' R_y\frac{\sin 12ar\cdot\sin 12a[\sin(30°p' + \zeta_y + a(12r+11)) - \cos 15°p\sin(30°p' + \zeta_y + a(12r+10))]}{144r\sin 2(15p' - a)\cdot\sin\frac{15p+a}{2}\cdot\sin\frac{15p-a}{2}} \\ B_x = R_x\sin\zeta_x &= \frac{1}{12}\sum_{\tau=0}^{\tau=23}{}' s_\tau\sin 15°p\tau - \sum' R_y\frac{\sin 12ar\cdot\sin 12a\cdot\sin 15°p\cdot\sin(30°p' + \zeta_y + a(12r+10))}{144r\sin 2(15°p' - a)\cdot\sin\frac{15°p+a}{2}\cdot\sin\frac{15°p-a}{2}} \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

Uebrig bleibt zu untersuchen, ob die Zahlenwerte der Summen in A_x und B_x so klein sind, dass (5) und (11) wirklich identisch werden, oder ob sie so gross sind, dass sie praktische Bedeutung bekommen. Jedenfalls muss man erst A_x und B_x und daraus R_x und ζ_x mittelst (5) bestimmen und das gefundene R_x

mit einem der in obenstehender Tabelle angegebenen Korrektionsfaktoren multiplizieren, und später, wenn erforderlich, die in (11) angegebenen Summen als Korrektionen hinzufügen, indem jedes einzelne Glied darin für sich behandelt werden muss.

Der Uebersicht halber setzen wir

$$v = 30°p' + \zeta_y + a(12r + 10) \quad \text{und}$$

$$u = \frac{\sin 12ar \cdot \sin 12a}{144r \cdot \sin 2(15°p' - a) \cdot \sin \frac{1}{2}(15°p + a) \cdot \sin \frac{1}{2}(15°p - a)}$$

Nennt man die Korrektionen für A_x und B_x anlässlich der Tide mit Amplitude $2R_y$ α_x und β_x, hat man

$$\left.\begin{aligned} \alpha_x &= -R_y u(\sin(a+v) - \cos 15°p \cdot \sin v) \\ \text{und } \beta_x &= -R_y u \sin 15°p \cdot \sin v \end{aligned}\right\} \qquad (12)$$

Ausser von a, p und p' hängt u von r ab. Wenn wir, wie in Vorstehendem erwähnt, die Beobachtungsreihe derart begrenzt wünschen, dass sie in allen Kolonnen dieselben Werte für r umfasst, von 1 bis r, und dass sie über einen Zeitraum von so nahe wie möglich einem Jahre spannt, bekommt man folgende Werte für r

für M, N, L, O

$r = 11$, 18, 5 und 25.

Hiernach ist eine Tabelle über $\log u$ zur Benutzung bei der Bestimmung der Tiden N, L, und O berechnet.

	N	L	O
$\log u$	$\bar{8}$,3534	$n\bar{7}$,7439	$\bar{7}$,6575

Sie enthält die Faktoren u, welche zur Anwendung gelangen, wenn N, L, und O gesucht werden und die vorläufig berechneten A_x- und B_x-Werte anlässlich M_2 korrigirt werden sollen.

Die Korrektionen anlässlich S_2 sind 0, da $a = 0$, und alle die anderen Tiden sind zu klein, um Korrektionsglieder von Bedeutung abzugeben.

Hiermit ist erschöpft, was über die Bestimmung der Tiden M_2 (M_4 und M_6) N, L, O, $2MS$, $2M \top S$, MS und MSf zu sagen ist, nur noch eine Tabelle wird hinzugefügt werden, welche zeigt, welche Beobachtungen bei der Behandlung des Beobachtungsmateriales eines Jahres zur Anwendung gelangen. Da alle Beobachtungen, welche $r = 0$ entsprechen, weggelassen sind, ist das Datum für die erste mitgenommene Beobachtung, verschieden für die Beobachtungen, welche zu verschiedenen Sonnenzeiten gemacht sind; für die 6 Sonnenzeiten geben wir deshalb das Datum für die erste angewandte Beobachtung an und die Anzahl der angewandten Beobachtungen.

	M		N		L		O	
	Datum der 1sten Beobacht.	Anzahl der Beobacht.	Datum der 1sten Beobacht.	Anzahl der Beobacht.	Datum der 1sten Beobacht.	Anzahl der Beobacht.	Datum der 1sten Beobacht.	Anzahl der Beobacht.
0h	2. Jan.	325	2. Jan.	346	3. Jan.	318	2. Jan.	355
4h	7. —	325	5. —	346	13. —	318	4. —	355
8h	12. —	324	8. —	346	24. —	318	6. —	355
12h	16. —	325	11. —	346	3. Febr.	318	8. —	355
16h	21. —	325	14. —	346	14. —	318	11. —	354
20h	26. —	325	17. —	346	24. —	318	13. —	355

In den Tabellen für 20h werden, wie ersichtlich, bei der Bestimmung von L und O einige wenige Beobachtungen von dem folgenden Jahre angewandt.

In Obenstehendem wurde vorausgesetzt, dass der Strom auf der betrachteten Stelle in der einen oder der anderen von zwei entgegengesetzten Richtungen laufe und jetzt werden wir den allgemeinen Fall, wo alle Stromrichtungen vorkommen, behandeln.

Jede Strombeobachtung wird in zwei auf einander winkelrechte Komposanten nach zwei festen Achsen X und Y aufgelöst. Aus praktischen Gründen wird als X-Achse die in den Beobachtungen am häufigsten vorkommende Richtung gewählt. Da jeder Komposant ein periodisches jeder Tide entsprechendes Glied enthält, hat man

$$\left.\begin{aligned} X &= m' + \Sigma R' \cos(nt - \zeta') \\ \text{und } Y &= m'' + \Sigma R'' \cos(nt - \zeta'') \end{aligned}\right\}. \tag{13}$$

Wir können deswegen jeden Komposanten einer Strombeobachtung ganz so behandeln, wie in Obigem die Strombeobachtungen selbst, sie in Schemen einschreiben, Mittelwerte für die Kolonnen berechnen und daraus Werte für R und ζ. Die Korrektionen werden auch in derselben Weise auszuführen sein, da eine X-Tide, womit eines der Glieder in $\Sigma R' \cos(nt - \zeta')$ gemeint ist, wenn erforderlich, für die übrigen X-Tiden korrigirt werden muss.

Nehmen wir an, dass wir so einen Satz Werte R', ζ' R'' und ζ'' einer beliebigen Tide entsprechend, berechnet haben.

Wir kennen dann die Glieder

$$\left.\begin{aligned} x &= R' \cos(nt - \zeta') \\ \text{und } y &= R'' \cos(nt - \zeta'') \end{aligned}\right\}, \tag{14}$$

in den gesammelten Stromkomposanten, welche von der betreffenden Tide herrühren, und können untersuchen, wie sie von einander abhängen.

Eliminirt man nt aus den Gleichungen (14) bekommt man die Gleichung

$$\frac{x^2}{R'^2} + \frac{y^2}{R''^2} - \frac{2xy\cos(\zeta' - \zeta'')}{R' \cdot R''} = \sin^2(\zeta' - \zeta''),$$

welche die Gleichung einer Ellipse ist, ausgenommen wenn $\zeta' = \zeta''$, in welchem Falle (14) eine gerade Linie darstellt. Man kann also im Allgemeinen den Strom als eine Summe von komplexen Zahlen auffassen, von denen eine, der Mittelstrom konstant ist, während die anderen im Laufe der Zeit Ellipsen durchlaufen mit dem Zentrum im 0-Punkt.

Um die Achsen der Ellipse und ihre Neigung gegen die Koordinatenachsen zu finden, dreht man das Koordinatensystem einen Winkel α, so dass die Achsen mit den Koordinatenachsen zusammenfallen.

Die Gleichung der Ellipse kann dann

$$\frac{x_1^2}{r'^2} + \frac{y_1^2}{r''^2} = 1$$

oder

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= r' \cos(nt - v) \\ y_1 &= \pm r'' \sin(nt - v) \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

geschrieben werden, wo r' und r'' die Halbachsen sind und $\frac{v}{n}$ die Zeit, welche vom 1. Januar Mittag verstreicht bis zu dem Augenblick, wo die Tide zum ersten Mal ihr Maximum in der positiven Richtung der neuen X-Achse hat. In der letzten Gleichung ist $+$ zu lesen, wenn die Stromrichtung sich im Laufe der Zeit in der für das Koordinatensystem gewählten positiven Umlaufrichtung dreht, entgegengesetzten Falles $-$.

Die Relationen zwischen den alten und den neuen Konstanten sind

$$\left.\begin{aligned} (r'^2 - r''^2)\sin 2v &= R'^2 \sin 2\zeta' + R''^2 \sin 2\zeta'' \\ (r'^2 - r''^2)\cos 2v &= R'^2 \cos 2\zeta' + R''^2 \cos 2\zeta'' \\ r'^2 + r''^2 &= R'^2 + R''^2 \end{aligned}\right\}, \tag{16 a}$$

welche zur Bestimmung von v, r' und r'' dienen. Wenn r'' sehr klein im Verhältnis zu r' ist, wird r'' doch hieraus schlecht bestimmt und muss aus

$$r'' = \pm R'' \frac{R'}{r'} \sin(\zeta'' - \zeta')$$

berechnet werden, wo das doppelte Vorzeichen den Vorzeichen in (15) entspricht. Aus dieser Gleichung ergiebt sich deshalb, dass wenn $\sin(\zeta'' - \zeta')$ positiv ist, der Tidestrom sich in positiver Richtung dreht, wenn $\sin(\zeta'' - \zeta')$ negativ ist, derselbe sich in negativer Umlaufrichtung dreht. Die Richtungen der Achsen werden mittelst

$$\left.\begin{aligned} (r'^2 - r''^2)\cos 2\alpha &= R'^2 - R''^2 \\ (r'^2 - r''^2)\sin 2\alpha &= 2R'R''\cos(\zeta'' - \zeta') \end{aligned}\right\} \qquad (16\,b)$$

bestimmt. (16 a) und (16 b) geben zwei Satz Werte für v und α, wenn wir den Wert von α wählen, der zwischen $-\frac{\pi}{2}$ und $+\frac{\pi}{2}$ liegt, müssen wir den Wert von v brauchen, der am wenigsten von ζ' abweicht.

Wir haben nämlich $r' \cos\alpha = R' \cos(v - \zeta')$, welche zeigt, dass $\cos(v - \zeta')$ positiv sein muss und folglich $-\frac{\pi}{2} < (v - \zeta') < \frac{\pi}{2}$.

Untersuchung der Tiden S_2, S_1, K_2, K_1, P, S_a und S_{sa} sowie des Mittelstromes m.

Zum Unterschied von den in dem vorhergehenden Abschnitt behandelten Tiden werden die hier erwähnten Tiden gemeinsam und nicht einzeln berechnet werden; das, was für sie alle gilt und die Methode ermöglicht, ist, dass ihre Geschwindigkeiten sehr wenig von einem Multiplum von 15° abweichen.

Unter der vorläufigen Voraussetzung, dass der Strom stets in der einen oder in der anderen von zwei entgegengesetzten Richtungen läuft, ist das Verfahren in kurzen Zügen folgendes: Indem 5 (oder im Schaltjahre 6) Tage ausgeschaltet werden, werden die Tage des Jahres in 12 Gruppen von je 30 Tagen geteilt, und innerhalb jeder Gruppe werden Mittelzahlen der zur selben Sonnenzeit gemachten Beobachtungen gebildet. Für jede Gruppe bekommt man also 6 Mittelzahlen; diese werden harmonischer Analyse unterworfen, wodurch ein Mittelwert und 2 periodische Glieder bestimmt werden. Die Gruppe μ giebt somit die Konstanten in

$$s_\mu = m_\mu + a_{\mu,1}\cos 60°\tau + b_{\mu,1}\sin 60°\tau + a_{\mu,2}\cos 120°\tau + b_{\mu,2}\sin 120°\tau \qquad (17)$$

Darauf unterwerfen wir m_1, m_2, ... m_{12} harmonischer Analyse zur Bestimmung einer Mittelzahl, eines jährlichen und eines halbjährlichen periodischen Gliedes, suchen die a_1 und die b_1 durch einen Mittelwert plus ein jährliches periodisches Glied und die a_2 und b_2 durch einen Mittelwert plus ein halbjährliches periodisches Glied ausgedrückt. Zwischen den hierdurch bestimmten harmonischen Konstanten und den Konstanten der gesuchten Tiden besteht nun ein System von Gleichungen, woraus die Konstanten der Tiden gefunden werden können.

Betrachten wir ein einzelnes Glied im Ausdruck für den Strom (1), finden wir, dass der Mittelwert desselben um t Uhr für die Tage von ν bis $\nu + 29$ Tage nach dem 1. Januar

$$s = \frac{R}{30}\sum_{\nu}^{\nu+29}\cos(nt + 24n\nu - \zeta) \text{ ist, oder wenn } n = 15°p - \varepsilon$$

$$s = \frac{R\sin 360\,\varepsilon}{30\sin 12\,\varepsilon}\cos(nt - \zeta - (2\nu + 29)\,12\,\varepsilon) \qquad (18)$$

ist.

Wir setzen hier $t = \div 8, \div 4, 0, 4, 8$ und 12 ein und unterwerfen die dadurch entstandenen Ausdrücke harmonischer Analyse, wobei die Mittelzahl

$$a_0 = -\frac{R\sin 360\,\varepsilon}{180\sin(30°p - 2\varepsilon)}\cos(210°p - (24\nu + 350)\,\varepsilon - \zeta) \qquad (19)$$

gefunden wird,

und für $p' = 1$ oder 2

$$\left.\begin{matrix} a_{p'} \\ b_{p'} \end{matrix}\right\} = \frac{R \sin 360\varepsilon}{180} \left(- \frac{\overset{\cos}{\underset{\sin}{}}(210° (p + p') - (24\nu + 350)\varepsilon - \zeta)}{\sin 2(15° (p + p') - \varepsilon)} + \frac{\overset{\cos}{\underset{\sin}{}}(210° (p' - p) + (24\nu + 350)\varepsilon + \zeta)}{\sin 2(15° (p' - p) + \varepsilon)} \right) \quad (20)$$

als Koeffizienten für $\overset{\cos}{\underset{\sin}{}} 60° p't$.

Wegen der Division mit 180 werden $a_{p'}$ und $b_{p'}$ sehr klein, wenn nicht einer der Nenner in den beiden Brüchen sehr klein ist, letzteres hat nur statt, wenn $p' = p$, und in derselben Weise ist a_0 sehr klein, ausser wenn $p = 0$. Für eine Tide mit Geschwindigkeit $15° p - \varepsilon$ ist also

$$\left.\begin{matrix} a_p \\ b_p \end{matrix}\right\} = \frac{R \sin 360\varepsilon}{180} \left(- \frac{\overset{\cos}{\underset{\sin}{}}(60° p - (24\nu + 350)\varepsilon - \zeta)}{\sin 2(30° p - \varepsilon)} + \frac{\overset{\cos}{\underset{\sin}{}}((24\nu + 350)\varepsilon + \zeta)}{\sin 2\varepsilon} \right) \quad (21a)$$

und alle anderen harmonischen Konstanten gleich 0.

Betrachten wir nun die Tiden, die hier untersucht werden sollen, ist $\varepsilon = 0$, $\pm\beta$ oder $\pm 2\beta$, wenn $\beta = 0°{,}0410686$, also so klein, dass der erste Bruch innerhalb der Klammer ganz wegfallen kann. Für $\varepsilon = \beta$ ist das Verhältnis zwischen den Nennern 604, für $\varepsilon = 2\beta$ ist es 303, sodass wir

$$\left.\begin{matrix} a_p \\ b_p \end{matrix}\right\} = \frac{R}{F} \overset{\cos}{\underset{\sin}{}}(\zeta + 350\varepsilon + 24\nu\varepsilon) \quad (21b)$$

haben,

wo

$$F = \frac{180 \sin 2\varepsilon}{\sin 360\varepsilon}.$$

Man sieht, dass, wenn $p = 0$, (19) in (21 b) eingeschlossen ist. Wenn $\varepsilon = 0$, ist $F = 1$, für $\varepsilon = \beta$ ist $F = F_1 = 1{,}0112$ und für $\varepsilon = 2\beta$ ist $F = F_2 = 1{,}0458$ und suchen wir die Werte von F, die M, N, L und $2MS$ entsprechen, finden wir, dass es 64, $\div 27$, 17 und 65 sind. Die entsprechenden harmonischen Konstanten werden also ziemlich klein, vorläufig wollen wir sie ausser Betracht lassen und später die notwendigen Korrektionen machen.

Mit diesem Vorbehalt können wir also folgende Gleichungen aufstellen:

$$m_\mu = m + \frac{R_{sa}}{F_1} \cos(350\beta - \zeta_{sa} + 24\nu\beta) + \frac{R_{ssa}}{F_2} \cos(700\beta - \zeta_{ssa} + 48\nu\beta) \quad (22)$$

$$\left.\begin{matrix} a_{\mu,1} \\ b_{\mu,1} \end{matrix}\right\} = R_{s_1} \overset{\cos}{\underset{\sin}{}} \zeta_{s1} + \frac{R_{k1}}{F_1} \overset{\cos}{\underset{\sin}{}}(-350\beta + \zeta_{k_1} - 24\nu\beta) + \frac{R_p}{F_1} \overset{\cos}{\underset{\sin}{}}(350\beta + \zeta_p + 24\nu\beta) \quad (23\text{ a, b})$$

$$\left.\begin{matrix} a_{\mu,2} \\ b_{\mu,2} \end{matrix}\right\} = R_{s_2} \overset{\cos}{\underset{\sin}{}} \zeta_{s_2} + \frac{R_{k_2}}{F_2} \overset{\cos}{\underset{\sin}{}}(-700\beta + \zeta_{k_2} - 48\nu\beta) \quad (24\text{ a, b})$$

Insofern die Tiden T und R so grosse Amplituden haben, dass sie in Betracht kommen, sind sie in (24 a, b) durch die Glieder $\frac{R_t}{F_1} \overset{\cos}{\underset{\sin}{}}(350\beta + \zeta_t + 24\nu\beta)$ und $\frac{R_r}{F_1} \overset{\cos}{\underset{\sin}{}}(-350\beta + \zeta_r - 24\nu\beta)$ repräsentirt.

Da es sich bei Vergleichen von Berechnungen von 5 Jahren gezeigt hat, dass sie aus dem vorliegenden Beobachtungs-Material nicht bestimmt werden können, sind diese Glieder hier weggelassen.

Die Grössen auf der linken Seite sind mit derselben Bezeichnung wie in (17) harmonische Konstanten, aus Mittelzahlen von 30 Tagen berechnet, von denen die erste ν Tage nach dem 1. Januar ist. Auf der rechten Seite haben wir die gesuchten R und ζ und infolge unserer Diskussion betr. (20) sind in (22) nur die Tiden, für welche $p = 0$, in (23 a, b) nur eintägige Tiden und in (24 a, b) nur halbtägige repräsentirt.

Ein solches System von Gleichungen lässt sich für jede Gruppe von 30 Tagen aufstellen. Wir wählen nun Beobachtungen von solchen Tagen auszuschalten, dass $24\beta\nu$ in den 12 Satz Gleichungen so genau wie möglich ein Multiplum von 30° werden.

Dies ist durch Weglassen der Beobachtungen von den Tagen, für welche $\nu = 60$, 121, 182, 273, 334

und in einem Schaltjahr, 365 ist, zu erreichen. Und rechnen wir als ob 24 $\beta\nu$ genau ein Multiplum von 30° wäre, wobei nur ein verschwindend kleiner Fehler gemacht wird, können wir mittelst der 12 äquidistanten Werte von m_μ, $a_{\mu,1}$, $b_{\mu,1}$, $a_{\mu,2}$ und $b_{\mu,2}$ die harmonischen Konstanten, die einer jährlichen und einer halbjährlichen Periode entsprechen, finden.

Mit Bezeichnungen, die aus folgenden Gleichungen zu entnehmen sind

$$\left.\begin{aligned} m_\mu &= A_0 + A_1\cos 30°\mu + B_1\sin 30°\mu + A_2\cos 60°\mu + B_2\sin 60°\mu \\ \left.\begin{matrix} a_{\mu,1} \\ b_{\mu,1}\end{matrix}\right\} &= \left.\begin{matrix} C_0 \\ c_0\end{matrix}\right\} + \left.\begin{matrix} C_1 \\ c_1\end{matrix}\right\}\cos 30°\mu + \left.\begin{matrix} D_1 \\ d_1\end{matrix}\right\}\sin 30°\mu \\ \left.\begin{matrix} a_{\mu,2} \\ b_{\mu,2}\end{matrix}\right\} &= \left.\begin{matrix} E_0 \\ e_0\end{matrix}\right\} + \left.\begin{matrix} E_2 \\ e_2\end{matrix}\right\}\cos 60°\mu + \left.\begin{matrix} G_2 \\ g_2\end{matrix}\right\}\sin 60°\mu \end{aligned}\right\} \tag{25}$$

bekommen wir zwischen den gefundenen harmonischen Konstanten und den gesuchten R und ζ die Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} A_0 &= m, \left.\begin{matrix} A_1 \\ B_1\end{matrix}\right\} = \frac{R_{sa}}{F_1}\begin{matrix}\cos \\ \sin\end{matrix}(\zeta_{sa} - 350\beta), \left.\begin{matrix} A_2 \\ B_2\end{matrix}\right\} = \frac{R_{ssa}}{F_2}\begin{matrix}\cos \\ \sin\end{matrix}(\zeta_{ssa} - 700\beta), \\ \left.\begin{matrix} C_0 \\ c_0\end{matrix}\right\} &= R_{s_1}\begin{matrix}\cos \\ \sin\end{matrix}\zeta_{s_1}, \left.\begin{matrix} C_1 \\ D_1\end{matrix}\right\} = \frac{R_{k_1}}{F_1}\begin{matrix}\cos \\ \sin\end{matrix}(\zeta_{k_1} - 350\beta) \pm \frac{R_p}{F_1}\begin{matrix}\cos \\ \sin\end{matrix}(\zeta_p + 350\beta), \\ \left.\begin{matrix} c_1 \\ d_1\end{matrix}\right\} &= \pm\frac{R_{k_1}}{F_1}\begin{matrix}\sin \\ \cos\end{matrix}(\zeta_{k_1} - 350\beta) + \frac{R_p}{F_1}\begin{matrix}\sin \\ \cos\end{matrix}(\zeta_p + 350\beta) \\ \left.\begin{matrix} E_0 \\ e_0\end{matrix}\right\} &= R_{s_2}\begin{matrix}\cos \\ \sin\end{matrix}\zeta_{s_2}, \left.\begin{matrix} E_2 \\ G_2\end{matrix}\right\} = \frac{R_{k_2}}{F_2}\begin{matrix}\cos \\ \sin\end{matrix}(\zeta_{k_2} - 700\beta) \text{ und } \left.\begin{matrix} e_2 \\ g_2\end{matrix}\right\} = \pm\frac{R_{k_2}}{F_2}\begin{matrix}\sin \\ \cos\end{matrix}(\zeta_{k_2} - 700\beta) \end{aligned}\right\}. \tag{26}$$

Aus diesen Gleichungen findet man

$$\left.\begin{aligned} \left.\begin{matrix} \tfrac{1}{2}(C_1 - d_1) \\ \tfrac{1}{2}(c_1 + D_1)\end{matrix}\right\} &= \frac{R_{k_1}}{F_1}\begin{matrix}\cos \\ \sin\end{matrix}(\zeta_{k_1} - 350\beta) \\ \left.\begin{matrix} \tfrac{1}{2}(C_1 + d_1) \\ \tfrac{1}{2}(c_1 - D_1)\end{matrix}\right\} &= \frac{R_p}{F_1}\begin{matrix}\cos \\ \sin\end{matrix}(\zeta_p + 350\beta) \\ \left.\begin{matrix} \tfrac{1}{2}(E_2 - g_2) \\ \tfrac{1}{2}(e_2 + G_2)\end{matrix}\right\} &= \frac{R_{k_2}}{F_2}\begin{matrix}\cos \\ \sin\end{matrix}(\zeta_{k_2} - 700\beta) \end{aligned}\right\} \tag{27}$$

Hiermit haben wir die notwendigen Gleichungen zur Bestimmung von R und ζ für alle in der Ueberschrift dieses Abschnittes genannten Tiden aufgestellt und wir haben nur noch die Korrektionen zu untersuchen, welche die Tiden M_2, N, L, $2MS$ eventuell erfordern. Da M_2, N, L, $2MS$ halbtägige Tiden sind, sind die Formeln (22) und (23 a, b) von ihnen unbeeinflusst und wir brauchen nur die Korrektionen $\delta(a)$ und $\delta(b)$ zu finden, die zu $a_{\mu,2}$ und $b_{\mu,2}$ (24 a, b) hinzugefügt werden müssen. Da (21 b) nur für kleinere Werte von ε gilt, benutzen wir hierzu (21 a) und finden, dass jede der Tiden M_2, N, L und $2MS$ Korrektionen

$$\left.\begin{matrix} \delta(a) \\ \delta(b)\end{matrix}\right\} = -\frac{R\sin 360\varepsilon}{180}\left(-\frac{\begin{matrix}\cos \\ \sin\end{matrix}(120° - 350\varepsilon - \zeta - 24\nu\varepsilon)}{\sin(60° + 2\varepsilon)} + \frac{\begin{matrix}\cos \\ \sin\end{matrix}(350\varepsilon + \zeta + 24\nu\varepsilon)}{\sin 2\varepsilon}\right) \tag{28}$$

geben.

Wenn die trigonometrischen Funktionen aufgelöst und nach $\cos 24\nu\varepsilon$ und $\sin 24\nu\varepsilon$ geordnet werden und A_2 und B_2 für $R\cos\zeta$ und $R\sin\zeta$ eingesetzt werden, bekommen die Ausdrücke die Form

$$\left.\begin{matrix} \delta(a) \\ \delta(b)\end{matrix}\right\} = \cos 24\nu\varepsilon\begin{bmatrix} -P & Q \\ -R & -S\end{bmatrix}\begin{matrix} A_2 \\ B_2\end{matrix} + \sin 24\nu\varepsilon\begin{bmatrix} Q & P \\ -S & R\end{bmatrix}\begin{matrix} A_2 \\ B_2\end{matrix} \tag{29}$$

wo

$$\left.\begin{matrix} \tfrac{1}{2}(S + P) \\ \tfrac{1}{2}(R + Q)\end{matrix}\right\} = \frac{\sin 360\varepsilon}{180\sin 2\varepsilon}\begin{matrix}\cos \\ \sin\end{matrix}350\varepsilon \text{ und } \left.\begin{matrix} \tfrac{1}{2}(S - P) \\ \tfrac{1}{2}(R - Q)\end{matrix}\right\} = \frac{\sin 360\varepsilon}{180\sin(60° + 2\varepsilon)}\begin{matrix}\cos \\ \sin\end{matrix}(350\varepsilon - 120°).$$

Hieraus findet man P, Q, R, S, wie in der folgenden Tabelle angegeben.

	M_2	N	L	$2MS$
P	0,01523	0,03845	— 0,05884	0,01614
Q	— 0,00069	0,00612	0,01472	— 0,00145
R	— 0,00173	0,00190	0,01632	— 0,00335
S	0,01593	0,03659	— 0,05724	0,01460

Durch (29) würde man nun imstande sein, $\delta(a)$ und $\delta(b)$ zu bestimmen für jede der 12 Gruppen, in welche die Beobachtungen des Jahres geteilt sind, leichter aber ist es, anstatt $a_{1,2}$, $a_{2,2} \ldots\ldots a_{12,2}$ und $b_{1,2}$, $b_{2,2} \ldots\ldots b_{12,2}$ zu korrigiren, die daraus berechneten harmonischen Konstanten zu korrigiren. Die Korrektionen für diese werden ja nämlich die entsprechenden harmonischen Konstanten sein, aus den 12 Werten für $\delta(a)$ und den 12 Werten für $\delta(b)$ berechnet, und da die Koeffizienten zu $\cos 24\nu\varepsilon$ und zu $\sin 24\nu\varepsilon$ dieselben für die 12 jährlichen Werte von $\delta(a)$ und $\delta(b)$ sind, braucht man nur die 12 Werte von $\cos 24\nu\varepsilon$ und die 12 Werte von $\sin 24\nu\varepsilon$ harmonischer Analyse zu unterwerfen.

Setzen wir

$$\cos 24\nu\varepsilon = \alpha_0 + \alpha_1 \cos 60°\mu + \beta_1 \sin 60°\mu$$
$$\sin 24\nu\varepsilon = \gamma_0 + \gamma_1 \cos 60°\mu + \delta_1 \sin 60°\mu.$$

Die Korrektionen für eine harmonische Konstante, z. B. G_2, bekommt man dann, indem man an der rechten Seite von (29) für $\cos 24\nu\varepsilon$ und $\sin 24\nu\varepsilon$ ihre G_2 entsprechenden harmonischen Konstanten, d. h. β_1 und δ_1 einsetzt und die obere Zeile der Konstanten in (29) liest, da die Korrektion der G_2 von $\delta(a)$ herrührt.

Wir finden also, dass jede der Korrektionen $(\varphi A_2 + \psi B_2)$ geschrieben werden kann, wo φ und ψ Konstanten sind, die nur von ε abhängen.

In untenstehender Tabelle werden für jede der Tiden M_2, L und $2MS$ die $\cos 24\nu\varepsilon$ und $\sin 24\nu\varepsilon$ entsprechenden harmonischen Konstanten angeführt und ferner φ und ψ für jede der Korrektionen, die die Tiden veranlassen.

	M_2		L		$2MS$	
α_0 und γ_0	— 0,165	0,273	0,041	— 0,613	0,143	0,130
α_1 — γ_1	0,159	— 0,046	0,189	0,070	0,134	— 0,544
β_1 — δ_1	0,200	0,165	0,298	— 0,025	0,636	— 0,121
	φ	ψ	φ	ψ	φ	ψ
E_0	0,0023	0,0043	— 0,0066	0,0367	— 0,0025	0,0019
e_0	— 0,0046	0,0022	— 0,0358	— 0,0077	— 0,0014	— 0,0025
$\frac{1}{2}(E_2 - f_2)$	— 0,0001	0,0013	0,0092	— 0,0090	— 0,0026	— 0,0000
$\frac{1}{2}(e_2 + F_2)$	— 0,0011	0,0000	0,0094	0,0089	— 0,0008	— 0,0015

Es zeigt sich, dass die Korrektionen für N so klein sind, dass man davon absehen kann.

Aus den korrigirten Gleichungen (26) und (27) können wir nun R und ζ und m bestimmen.

Wenn in den Beobachtungen andere als zwei einander entgegengesetzte Stromrichtungen vorkommen, muss der Strom in zwei auf einander winkelrechte Komposanten aufgelöst werden, die, jeder für sich, derselben Behandlung unterworfen werden, wie sie im Voranstehenden auf den Strom selbst angewandt wurde, und die gefundenen Resultate werden, wie bei der Untersuchung der ersten Gruppe der Tiden (siehe die Formeln (13)—(16)) erwähnt, behandelt.

Wir haben nun gezeigt, wie man aus den Beobachtungen eines Jahres die verschiedenen R und ζ berechnet.

Indess ist nur für einzelne Tiden R ganz konstant von Jahr zu Jahr, die meisten R enthalten einen Faktor, der von der Neigung der Mondbahn abhängig ist. Nach DARWINS Vorschlag führt man deshalb anstatt R eine Grösse H ein, die der Wert von R ist, der einem Mittelwert der Neigung der Mondbahn entspricht. In ähnlicher Weise wird ζ von einem Winkel ersetzt, der sich von Jahr zu Jahr unverändert hält. Man setzt

$$\zeta = x - V$$

wo V das ist, was wir den astronomischen Teil des Arguments der Tide, am 1. Januar um 12 Uhr Mittag nennen, d. h. den Wert, welchen das Argument nach der Theorie haben würde, wenn die betrachtete Stelle auf offenem Meere läge, und kein Hindernis die Flutwelle träfe; x bedeutet also die auf Grund von geographischen Verhältnissen stattfindende Verschiebung der Phase der Tide, vorausgesetzt, dass der Strom positiv gerechnet wird bei Hochwasser.

Im Uebrigen wird auf die erwähnten Abhandlungen von DARWIN und von BÖRGEN verwiesen. Bei den hier ausgeführten Berechnungen von H und x sind die Tabellen in BÖRGENS „Die Harmonische Analyse" benutzt.

Tabellen und andere Resultate der harmonischen Analyse.

Der Strom wird durch die Richtung angegeben, nach welcher er läuft, der Wind durch die Richtung, woher er kommt und die Richtungen werden, wo nichts Anderes bemerkt ist, missweisend angegeben.

Der Strom bei Vyl geht beständig entweder nach NW oder nach SO und wird positiv nach SO gerechnet, welche die Richtung des Flutstroms ist. Bei Horns Rev kommen alle Stromrichtungen vor, am häufigsten aber NNW, der Strom wird deswegen in Komposanten nach NNW und winkelrecht darauf aufgelöst, zu den positiven Richtungen der Achsen werden SSO, — in welcher Richtung der Flutstrom läuft, — und ONO gewählt. Der Mittelwert der Komposanten nach dieser Richtung ist 0,0 cm. pr. sec., im Uebrigen wird der Mittelwert des Stromes auf Fig. 1 und in Tabelle II angegeben, die ausserdem Auskunft über die wichtigsten geographischen Verhältnisse der Observationsorte geben.

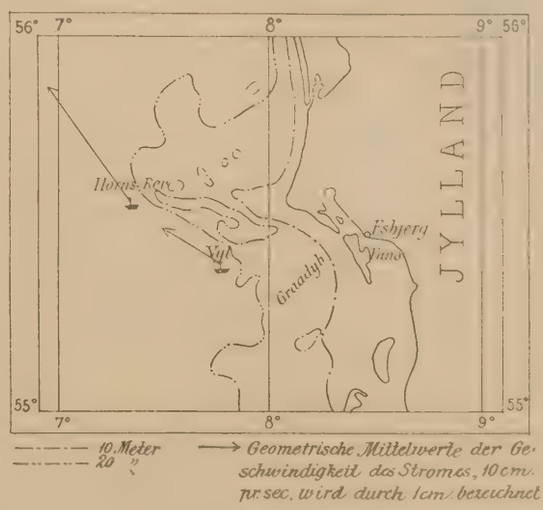


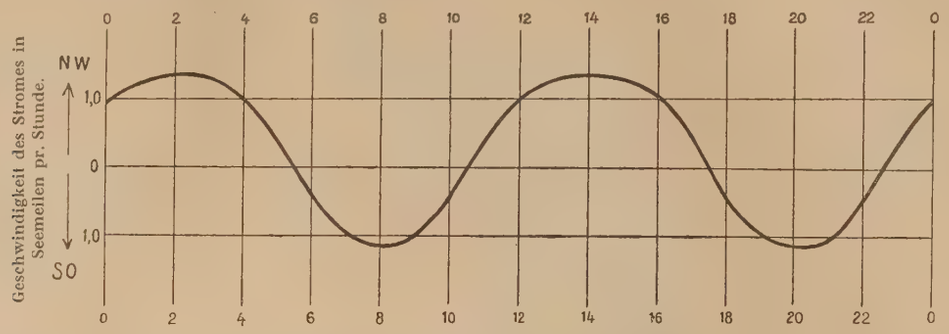
Fig. 1.

Tabelle II.

	Position		Minimumstiefe	Magnetische Deklination	Richtung des geometrischen Mittelwertes des Stromes	Grösse des geometrischen Mittelwertes des Stromes
	N. Br.	O. Lg.	Meter			cm. pr. sec.
Vyl	55°23'6	7°45'0	23	13° W.	NW	10,0
Horns Rev....	55°34'1	7°19'5	28	14° W.	NNW	20,5

Da die im vorigen Abschnitt beschriebene Methode für die Berechnung genau durchgeführt ist, sollen hier nur ein paar Zwischenresultate besonders erwähnt werden. Auf der Fig. 2 ist mit der Mondzeit als Abscisse der Mittelwert des Stroms bei Vyl als Ordinate dargestellt.

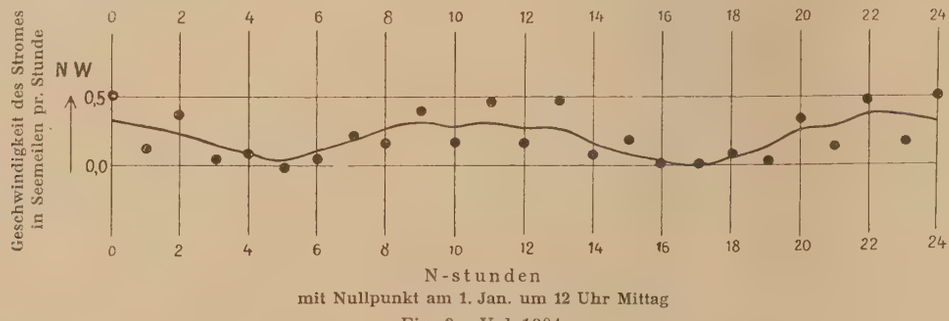
Die Kurve ist ohne Ausgleichung durch den Mittelwert von den in derselben M-stunde angestellten Beobachtungen gezeichnet. Die Einheit für die Ordinate ist 1 Seemeile pr. Stunde. Der Nullpunkt für die Zeit ist die Mondzeit um 12 Uhr Mittag, am 1. Januar 1904 (Mitteleuropäische Zeit). Wie ersichtlich zeigt die Kurve alle wünschenswerte Kontinuität.



mit Nullpunkt am 1. Jan. um 12 Uhr Mittag.

Fig. 2. Vyl 1904.

Auf Fig. 3 bezeichnen die Punkte in derselben Weise den Mittelwert des Stroms zu den verschiedenen N-zeiten, wie man ihn findet, wenn man nur mit den tatsächlich gemachten Beobachtungen rechnet, während die Kurve durch die Mittelwerte gezogen ist, welche man erhält, wenn man Mittelzahlen in die leeren Schemarubriken (siehe Seite 8 o.) einschaltet.



mit Nullpunkt am 1. Jan. um 12 Uhr Mittag

Fig. 3. Vyl 1904.

Die Tabelle III enthält die speziellen Konstanten R und ζ (siehe Seite 3 Formel (1)) für 1904, für Horns Rev den Richtungen SSO und ONO geltend.

Die Tabelle IV enthält die daraus berechneten allgemeinen Konstanten H und $\varkappa$ (siehe Seite 15) und giebt ausserdem für Horns Rev die Konstanten für den Stromkomposanten in der Richtung der Hauptachsen der Geschwindigkeitsellipsen. H' und H'' sind die halben Ellipsenachsen, und $\varkappa'$ ist die Verzögerung des H'-komposanten, $\varkappa''$ dem H'' entsprechend kann weggelassen werden, da $\varkappa'' = \varkappa' \mp 90°$ wo man — liest, wenn der Tidestrom sich in positiver Richtung dreht, + wenn er sich in negativer Richtung dreht. In der Tabelle IV wird ferner die missweisende Richtung der grossen Achse aufgegeben, und in der letzten Kolonne wird durch ein + angegeben, dass der Strom sich in positiver Richtung dreht, d. h. von S durch O nach N, und durch ein —, dass er sich in negativer Richtung dreht. Die Tabelle V betrifft nur Vyl und giebt infolge Berechnung für jedes der Jahre 1904—1908 für eine kleinere Gruppe von Tiden H und $\varkappa$ sowie den Mittelwert m des Stroms an.

Tabelle III. R und ζ 1904.

Bezeichnung der Tide	Vyl		Horns Rev			
	SO		SSO		ONO	
	R	ζ	R	ζ	R	ζ
	cm. pr. sec.		cm. pr. sec.		cm. pr. sec.	
M_2	69,1	241°	63,5	249°	3,2	143°
M_4	7,9	117°	8,2	138°	1,2	54°
M_6	4,0	194°	1,3	236°	1,0	39°
S_1	1,7	240°	1,5	221°	0,6	96°
S_2	14,2	10°	14,7	6°	0,7	289°
K_1	0,7	76°	4,5	100°	0,7	244°
K_2	2,0	159°	2,6	183°	0,2	228°
O	1,3	290°	3,6	289°	0,4	72°
N	8,0	144°	9,5	161°	0,4	14°
P	1,3	147°	2,4	143°	0,2	80°
L	6,4	162°	6,5	164°	0,5	3°
S_a	3,8	189°	8,9	217°	1,1	23°
S_{sa}	2,5	138°	2,9	141°	0,4	68°
$2MS$	9,1	291°	8,7	312°	0,6	168°
$2M^+S$	3,7	316°	3,7	30°	1,1	177°
MS	1,8	189°	2,0	211°	1,4	195°
MSf	1,9	194°	3,8	196°	0,5	110°

Tabelle IV. H, $\varkappa$ und andere allgemeine Konstanten 1904.

Bezeichnung der Tide	Vyl		Horns Rev								
	SO		SSO		ONO					Richtung der grossen Achse der Geschwindigkeits-Ellipse	Drehungsrichtung des Stromes
	H	$\varkappa$	H	$\varkappa$	H	$\varkappa$	H'	$\varkappa'$	H''		
M_2	66,6	265°	61,2	272°	3,1	166°	61,2	272°	2,9	S 22° O	—
M_4	7,3	165°	7,6	184°	1,1	100°	7,6	184°	1,1	S 23° O	—
M_6	3,6	265°	1,1	305°	0,9	108°	1,5	298°	0,2	S 16° W	+
S_1	1,7	233°	1,5	213°	0,6	88°	1,6	218°	0,5	S 8° O	—
S_2	14,2	355°	14,7	351°	0,7	274°	14,7	351°	0,7	S 23° O	—
K_1	0,8	257°	5,1	281°	0,8	65°	5,1	280°	0,5	S 15° O	+
K_2	2,6	341°	3,5	5°	0,3	49°	3,5	5°	0,2	S 26° O	+
O	1,7	134°	4,8	132°	0,5	276°	4,8	132°	0,3	S 17° O	+
N	7,8	224°	9,2	241°	0,3	94°	9,2	241°	0,2	S 21° O	—
P	1,3	310°	2,4	305°	0,2	242°	2,4	305°	0,2	S 24° O	—
L	6,2	309°	6,3	310°	0,4	149°	6,3	310°	0,1	S 19° O	—
S_a	3,8	109°	8,9	136°	1,1	302°	9,0	136°	0,3	S 16° O	+
S_{sa}	2,5	338°	2,9	341°	0,4	268°	2,9	341°	0,4	S 25° O	—
$2MS$	8,5	353°	8,1	14°	0,6	230°	8,1	14°	0,3	S 19° O	—
$2M^+S$	3,5	349°	3,4	61°	1,0	208°	3,5	59°	0,6	S 8° O	+
MS	1,8	198°	1,9	219°	1,3	203°	2,3	213°	0,3	S 58° O	—
MSf	1,8	155°	3,7	158°	0,4	72°	3,7	158°	0,4	S 23° O	—

Tabelle V. H und $\varkappa$ 1904—1908 Vyl (Positive Richtung: SO).

	S_1		S_2		K_1		K_2		P		S_a		S_{sa}		
	H	$\varkappa$	H	$\varkappa$	H	$\varkappa$	H	$\varkappa$	H	$\varkappa$	H	$\varkappa$	H	$\varkappa$	m
	cm. pr. sec.		cm. pr. sec.		cm. pr. sec.		cm. pr. sec.		cm. pr. sec.		cm. pr. sec.		cm. pr. sec.		cm. pr. sec.
1904	1,7	233°	14,2	5°	0,8	257°	2,6	341°	1,3	310°	3,8	109°	2,5	22°	10,1
1905	1,4	254°	14,2	5°	1,3	267°	7,2	341°	1,2	355°	3,1	49°	3,2	179°	9,5
1906	1,4	207°	11,6	5°	0,9	312°	3,8	332°	0,5	293°	5,7	125°	1,7	62°	11,2
1907	0,0	—	12,5	4°	1,6	264°	3,5	336°	0,8	225°	0,8	—8°	2,1	69°	10,1
1908	0,7	192°	12,8	1°	1,2	244°	2,6	351°	0,9	296°	1,5	111°	5,7	92°	8,8
Mittlere Werte	1,1	222°	13,1	4°	1,2	269°	3,9	340°	0,9	296°	3,0	77°	3,0	76°	10,0

Aus der Tabelle IV ist ersichtlich, dass für die meisten Tiden $\varkappa$ grösser ist bei Horns Rev als bei Vyl, nur S_1, S_2, O und P machen eine Ausnahme und von diesen hat nur S_2 so grosse Amplitude, dass man der Abweichung irgend welche Bedeutung beimessen kann. Der Maximumsstrom erscheint deshalb früher bei Vyl als bei Horns Rev; da der Zeitunterschied zwischen den Orten geringer als 2^m ist, gilt dies nicht nur im Verhältnis zu den Kulminationszeiten des Mondes, sondern auch absolut.

Nächst M_2 und S_2 treten M_4, N, L und $2\,MS$ mit beträchtlichen Amplituden auf. $2\,MS$, die in den Wasserstandshöhen bei Esbjerg und Hirtshals[1]) mit recht bedeutender Amplitude auftritt, ist also auch hier eine Periode von besonderer Bedeutung. Es zeigt sich überhaupt, dass die Amplituden der Tideströme bei Horns Rev und bei Vyl ungefähr proportional mit den Amplituden sind, mit denen dieselben Tiden in den Wasserstandshöhen bei Esbjerg auftreten und derart, dass die Amplituden durch fast gleich grosse Zahlen in den Einheiten cm. pr. sec. für den Strom und cm. für den Wasserstand ausgedrückt werden. Noch eine Uebereinstimmung mit den Verhältnissen der Wasserstandshöhen dürfte darin liegen, dass, während die Verzögerung der wichtigsten Mondtiden zunimmt, wenn man von Vyl nach Horns Rev geht, die Verzögerung der halbtägigen Hauptsonnentide abnimmt. Bei den Wasserstandshöhen sehen wir nämlich, dass die Phasenunterschiede zwischen Esbjerg und Hirtshals in Nordjylland sich in derselben Weise verhalten.

Die Tabelle V zeigt, dass S_1, K_1 und P ziemlich kleine Amplituden haben, um von unserem Material bestimmt zu werden; auch K_2 hat stark schwingende Amplitude, jedoch ist ihr $\varkappa$ recht unverändert von Jahr zu Jahr. Die Konstanten für S_a und S_{sa} in der Tabelle V zeigen, dass am Anfang des Sommers Maximum von Strom nach SO ist und ein relatives Maximum am Anfang des Winters, während Maximum von Strom nach NW am Ende des Winters ist und ein relatives Maximum am Ende des Sommers. Dies stimmt ganz gut mit den zu den verschiedenen Jahreszeiten vorherrschenden Windrichtungen; wie aus dem Folgenden ersichtlich, giebt starker Wind von Osten dem Strom einen Komposanten nach SO, während starke Winde von Westen demselben einen Komposanten nach NW geben und das Verhältnis zwischen der Häufigkeit der östlichen und westlichen Winde bei Esbjerg ist ca. Anfang Mai und ca. Anfang December Maximum, während es ca. Anfang Februar und ca. Anfang August Minimum ist[2]).

Die Geschwindigkeitsellipsen für Horns Rev sind, wie die Tabelle IV zeigt, sehr excentrisch, so dass man ihnen nicht allen Realität beimessen kann; bis auf wenige Ausnahmen drehen sich die Tideströme in negativer Richtung und dasselbe gilt im Wesentlichen ihrer Summe; dies stimmt mit der von Airy dargelegten Theori über rotierende Gezeitenströme, infolge welcher die Rotation, wenn eine Flutwelle sich an einer Küste entlang bewegt, derart ist, dass der Strom von der Richtung des Flutstroms, hier SSO, nach einer Richtung winkelrecht auf denselben und von der Küste weg, also hier SW dreht. Beim Durchsehen der Beobachtungen selbst findet man, dass das Stromkentern oft unter Einfluss des Windes in von der hier erwähnten entgegengesetzter Richtung stattfindet, und noch öfter hat sich die Stromrichtung von NNW nach SSO gedreht oder umgekehrt von einer Beobachtung bis in die nächste; die Hauptregel aber ist, dass der Strom sich von NNW durch O nach SSO und von SSO durch W nach NNW dreht.

Von den in der Tabelle IV aufgeführten Tiden haben einige dasselbe Argument zu jeder Zeit, wenn man eine gegebene Sonnenzeit und eine gegebene Mondzeit hat; dies gilt die Tiden M_2, M_4, M_6, S_2 und $2\,MS$ ($2\,M^+S$, MS und MSf lassen wir hier ausser Betracht, da sie die folgenden Berechnungen in einem Grade erschweren würden, der in keinem angemessenen Verhältnis zu ihren Amplituden steht). Unter Bezugnahme auf den Mittelstrom und auf diese 5 Tiden ist die Stromgeschwindigkeit für jede Stunde von 6 Stunden vor bis 8 Stunden nach der Kulmination des Mondes berechnet, wenn der Mond um 0^h, 1^h, 2^h .... 11^h kulminiert. Von jeder dieser 12 Tabellen ist durch numerische Differentiation und darauf

[1]) C. Crone: „Flux et reflux .....“, im „Rapport sur les Travaux du Service Maréographique“, publié par l'Institut Météorologique de Danemark, Copenhague 1906.

[2]) Adam Paulsen: „Communication du Service maréographique“ im „Rapport sur les Travaux maréographiques“, publié par l'Institut Météorologique de Danemark, Copenhague 1906.

folgende umgekehrte Interpolation der Zeitpunkt vor der Kulmination des Mondes bestimmt, wo der Flutstrom seine Maximumsgeschwindigkeit erreicht. Ausserdem sind diese Maximumswerte selbst durch Interpolation berechnet und ebenfalls die Zeitpunkte, da der Strom kehrt und da der Strom seinen Mittelwert annimmt, oder für Horns Rev, da der Komposant in NNW-licher Richtung 0 ist und da er seinen mittleren Wert hat. Die Resultate sind in folgenden Tabellen VI und VII zu finden, die in den unteren Zeilen die Mittelwerte der Zahlen enthalten, die den 12 Kulminationszeiten entsprechen, was die Zeitpunkte anbelangt, von der Kulminationszeit des Mondes aus gerechnet.

Tabelle VI. Vyl.

Der Mond kulminiert um	Der maximale Strom nach SO läuft um	Der Strom kentert von SO nach NW um	Der Strom passiert seinen mittleren Wert um	Der maximale Strom nach NW läuft um	Der Strom passiert seinen mittleren Wert um	Der Strom kentert von NW nach SO um	Geschwindigkeit des maximalen Stromes nach SO	Geschwindigkeit des maximalen Stromes nach NW
							cm. pr. sec.	cm. pr. sec.
0h	9h 19m	11h 58m	0h 15m	4h 15m	6h 46m	6h 59m	63,3	76,7
1h	10h 14m	0h 55m	1h 10m	5h 8m	7h 38m	7h 52m	65,4	76,8
2h	11h 0m	1h 43m	1h 57m	5h 48m	8h 26m	8h 38m	66,0	74,2
3h	11h 41m	2h 28m	2h 41m	5h 47m	9h 10m	9h 24m	66,5	71,7
4h	0h 23m	3h 11m	3h 24m	6h 3m	9h 55m	10h 8m	66,9	74,2
5h	1h 9m	3h 59m	4h 14m	6h 46m	10h 44m	10h 58m	66,7	76,1
6h	2h 3m	4h 53m	5h 7m	7h 39m	11h 40m	11h 55m	65,2	75,3
7h	3h 4m	5h 54m	6h 10m	8h 42m	0h 46m	1h 2m	61,8	71,2
8h	4h 15m	7h 3m	7h 19m	9h 52m	2h 0m	2h 15m	57,6	64,9
9h	5h 34m	8h 22m	8h 40m	0h 31m	3h 19m	3h 34m	54,6	60,6
10h	6h 58m	9h 41m	9h 57m	2h 7m	4h 34m	4h 49m	55,7	66,5
11h	8h 14m	10h 54m	11h 10m	3h 17m	5h 44m	5h 58m	59,4	73,9
Mittlere Werte	3h 20m vor der Kulm.	0h 35m vor der Kulm.	0h 20m vor der Kulm.	3h 0m nach der Kulm.	6h 14m nach der Kulm.	6h 28m nach der Kulm.	62,4	71,8

Tabelle VII. Horns Rev.

Der Mond kulminiert um	Der Komposant nach SSO hat Maximum um	Der Komposant nach SSO ist 0 um	Der Komposant nach NNW passiert seinen mittleren Wert um	Der Komposant nach NNW hat Maximum um	Der Komposant nach NNW passiert seinen mittleren Wert um	Der Komposant nach NNW ist 0 um	Geschwindigkeit des maximalen Komposanten nach SSO	Geschwindigkeit des maximalen Komposanten nach NNW
							cm. pr. sec.	cm. pr. sec.
0h	9h 28m	11h 54m	0h 34m	4h 20m	7h 4m	7h 32m	50,4	81,3
1h	10h 21m	0h 47m	1h 28m	5h 4m	7h 43m	8h 25m	52,2	80,9
2h	11h 7m	1h 32m	2h 5m	5h 32m	8h 37m	9h 8m	52,9	79,4
3h	11h 51m	2h 16m	2h 46m	5h 51m	9h 17m	9h 52m	53,2	79,3
4h	0h 37m	2h 59m	3h 31m	6h 15m	10h 2m	10h 37m	53,5	81,8
5h	1h 27m	3h 47m	4h 22m	7h 0m	10h 50m	11h 29m	52,4	82,5
6h	2h 23m	4h 42m	5h 16m	7h 56m	11h 50m	0h 29m	49,8	80,1
7h	3h 28m	5h 47m	6h 23m	9h 2m	1h 1m	1h 41m	45,8	74,7
8h	4h 41m	6h 59m	7h 37m	10h 25m	2h 23m	3h 1m	42,0	68,7
9h	6h 1m	8h 19m	9h 0m	0h 45m	3h 44m	4h 21m	40,9	67,8
10h	7h 18m	9h 40m	10h 21m	2h 17m	5h 0m	5h 34m	43,1	73,4
11h	8h 26m	10h 52m	11h 34m	3h 25m	6h 5m	6h 37m	47,0	78,8
Mittlere Werte	3h 4m vor der Kulm.	0h 42m vor der Kulm.	0h 5m vor der Kulm.	3h 9m nach der Kulm.	6h 29m nach der Kulm.	7h 4m nach der Kulm.	48,6	77,4

Die Zeitangaben sind lokal, inwiefern sie vor oder nach der Kulmination des Mondes fallen, sieht man aus Vergleichen mit den mittleren Werten in der untersten Zeile.

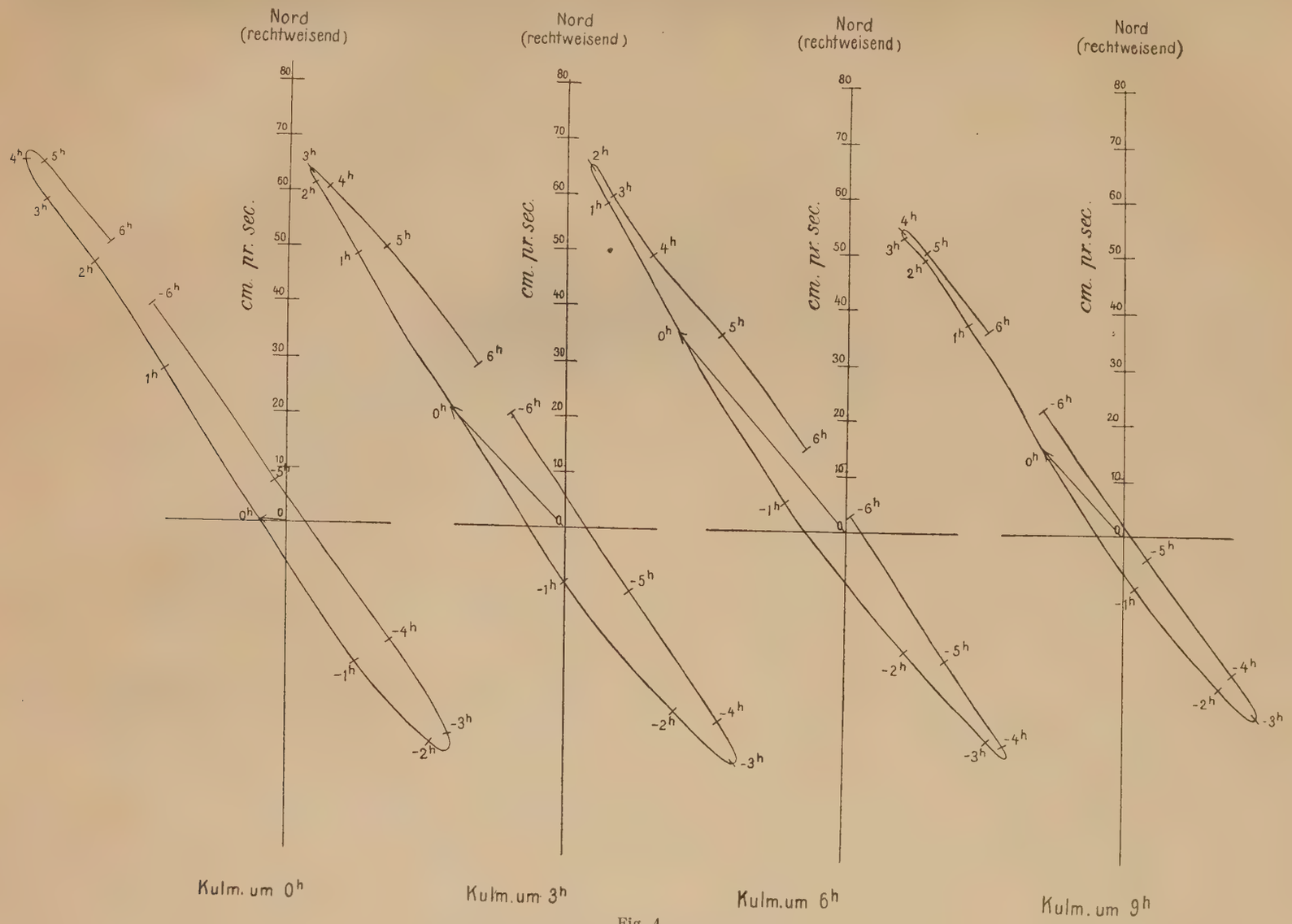


Fig. 4.

Horns Rev. Berechnete Stromwerte.

Die Kurven stellen durch ihre Vektoren den Strom von 6 Stunden vor bis 6 Stunden nach der Kulmination des Mondes dar.

Da wir von Tiden wie N und L mit recht grossen Amplituden haben absehen müssen, sind diese Resultate nur als Mittelwerte zu betrachten, von denen die wirklichen Werte — auch wenn wir die Wirkung des Windes ausser Betracht lassen — abweichen, bald nach der einen und bald nach der anderen Seite.

Wenn man die Tabellen VI und VII vergleicht, sieht man, dass der maximale Flutstrom früher bei Vyl als bei Horns Rev eintritt; dasselbe gilt für den maximalen Ebbestrom, ausser wenn der Mond zwischen 0^h30^m und 2^h45^m kulminiert. Durchschnittlich hat man bei Vyl den maximalen Flutstrom 3^h20^m vor und den maximalen Ebbestrom 3^h0^m nach der Kulmination des Mondes, während bei Horns Rev der stärkste Flutstrom durchschnittlich 3^h4^m vor und der stärkste Ebbestrom 3^h9^m nach der Kulmination des Mondes läuft. Wie man bereits aus der Tabelle IV voraussehen konnte, ist durchschnittlich ein Phasenunterschied von ca. 1 Viertelstunde zwischen dem Strom bei Vyl und dem Strom bei Horns Rev, sodass die Maximalströme und die mittleren Werte der Ströme (bei Horns Rev die mittleren Werte der NNW-lichen Komposanten) 1 Viertelstunde früher bei Vyl als bei Horns Rev eintreten.

Mit dem Stromkentern, das ausserdem von der Grösse des mittleren Wertes des Stroms abhängt, verhält es sich so, dass das Drehen von SO nach NW bei Vyl durchschnittlich 7^m nachdem der Komposant nach SSO bei Horns Rev den 0-Wert passiert hat, stattfindet, während das Drehen von NW nach SO bei Vyl durchschnittlich 36^m bevor der entsprechende Stromkomposant bei Horns Rev den 0-Wert überschritten hat, stattfindet.

Der stärkste Strom nach SO im Laufe des Monats trifft bei Vyl an dem Tage ein, wo der Mond um ca. 4^h15^m kulminiert, seine Geschwindigkeit ist 67,0 cm. pr. sec., und der stärkste Strom nach SSO bei Horns Rev findet statt, wenn der Mond ca. um 3^h52^m kulminiert, seine Geschwindigkeit beträgt 52,5 cm. pr. sec. Bei Vyl hat man den stärksten Strom nach NW an dem Tage, wo der Mond ca. um 0^h30^m kulminiert, bei Horns Rev aber ist der Ebbestrom am stärksten, wenn der Mond ca. um 5^h kulminiert, während an dem Tage, wo der Mond um 0^h30^m kulminiert, derselbe ein relatives Maximum hat und stärker ist als für Kulminationszeiten, die in der Nähe dieses Zeitpunktes liegen.

Fig. IV giebt die Stromstärke bei Horns Rev an, berechnet nach den Tiden M_2, M_4, M_6, S_2 und $2\,MS$, welche die Grundlage für die Tabelle VII bilden. Die vier Kurven entsprechen der Kulminationszeit des Mondes um 0^h, 3^h, 6^h und 9^h und jede derselben giebt den Strom von 6 vor bis 6 Stunden nach der betreffenden Mondkulmination an. An einigen der Kurven sieht man Spuren von Drehung in positiver Richtung auf dem Teil, welcher der Zeit von 2 Stunden bis 4 Stunden nach der Kulmination des Mondes gilt, jedoch so unbedeutend, dass dies kein Interesse hat. Aus den vier Kurven ist zu entnehmen, dass die Ströme nach SW an Häufigkeit und Stärke die Ströme nach NO übertreffen.

Vergleich zwischen beobachteten und berechneten Strömen bei Vyl.

In der Tabelle VIII sind in der zweiten Kolonne für 1904 die bei Vyl um 12 Uhr Mittags beobachteten Ströme angegeben und in der dritten Kolonne die Abweichungen zwischen diesen Beobachtungen und Strömen, berechnet vom Mittelstrom und allen den in der Tabelle IV aufgeführten Tiden.

Man kann sich nicht darüber wundern, dass die Abweichungen nicht mit häufigerem Vorzeichenwechsel, als es der Fall ist, vorkommen, denn die Ursache der Abweichungen, der Wind, tritt just in derselben Weise auf, nicht abwechselnd von Osten und Westen wehend, sondern mehrere aufeinanderfolgende Tage von derselben Windrichtung her wehend. Obgleich es offenbar nicht nur — oder vielleicht nicht einmal in besonderem Grade — der gleichzeitige Wind am Orte selbst ist, der die eigentliche Ursache der Abweichungen bildet, giebt eine Zusammenstellung des Windes und der entsprechenden Abweichungen gute Aufklärungen über den Zusammenhang zwischen diesen beiden Dingen.

Tabelle VIII. Vyl 1904.

	Observierter Strom in Seemeilen pr. Stunde, positiv nach SO.	Observierter − berechneter Strom in Seemeilen pr. Stunde, positiv nach SO.
Jan. 1	− 0,7	0,4
2	− 0,6	− 0,1
3	0,2	0,0
4	0,7	0,1
5	1,5	0,4
6	1,4	0,3
7	1,5	0,3
8	0,6	− 0,4
9	0,8	0,4
10	− 0,3	0,1
11	− 0,7	0,3
12	− 1,0	0,4
13	− 1,5	0,0
14	− 1,3	0,1
15	− 2,0	− 1,0
16	− 1,0	− 0,7
17	0,6	0,3
18	1,0	0,1
19	1,4	0,3
20	1,2	0,0
21	1,0	− 0,1
22	1,2	0,1
23	1,0	0,1
24	0,6	0,2
25	0,3	0,0
26	− 0,8	− 0,1
27	− 1,5	− 0,3
28	− 1,2	0,3
29	− 1,4	0,0
30	− 1,5	− 0,3
31	− 1,3	− 0,6
Febr. 1	0,3	0,3
2	0,5	− 0,2
3	1,2	0,1
4	1,3	0,1
5	1,5	0,3
6	1,0	− 0,1
7	0,7	0,0
8	− 1,2	− 1,2
9	− 1,0	− 0,3
10	− 1,3	− 0,2
11	− 1,6	− 0,3
12	− 1,2	0,1
13	− 2,3	− 1,2
14	− 1,2	− 0,6
15	− 1,2	− 1,2
16	0,5	− 0,1
17	1,3	0,3
18	1,0	− 0,2
19	1,4	0,2
20	0,5	− 0,7
21	1,0	− 0,2
22	1,0	0,1
23	0,5	0,2
24	0,3	0,6
25	− 0,4	0,4
26	− 0,7	0,5
27	− 1,5	− 0,1
28	− 1,2	0,1
29	− 0,7	0,1
März 1	0,3	0,5
März 2	1,0	0,5
3	1,0	0,0
4	1,2	− 0,1
5	2,0	0,7
6	1,6	0,4
7	1,2	0,2
8	0,6	0,2
9	− 0,4	− 0,1
10	− 1,0	− 0,1
11	− 1,2	0,0
12	− 1,4	− 0,1
13	− 1,2	0,0
14	− 0,6	0,2
15	− 1,0	− 0,7
16	0,0	0,2
17	0,8	0,0
18	1,6	0,5
19	1,2	0,0
20	1,4	0,2
21	1,4	0,0
22	1,2	0,0
23	0,3	− 0,4
24	0,0	0,1
25	− 0,3	0,2
26	− 0,6	0,4
27	− 1,2	0,1
28	− 1,2	0,1
29	− 1,5	− 0,5
30	− 0,6	− 0,2
31	0,3	0,0
Apr. 1	0,5	− 0,4
2	1,2	− 0,1
3	1,2	− 0,1
4	0,8	− 0,4
5	1,2	0,1
6	0,3	− 0,4
7	0,5	0,4
8	− 0,5	0,1
9	− 0,8	0,2
10	− 1,3	− 0,1
11	− 1,6	− 0,3
12	− 0,8	0,3
13	0,0	0,7
14	0,5	0,7
15	0,7	0,3
16	1,0	0,1
17	1,3	0,2
18	1,2	0,0
19	1,2	− 0,1
20	1,4	0,1
21	0,6	− 0,4
22	0,4	0,0
23	0,0	0,3
24	− 1,3	− 0,5
25	− 1,0	0,2
26	− 1,3	0,0
27	− 1,6	− 0,4
28	− 0,8	− 0,1
29	0,3	0,3
30	0,3	− 0,3
Mai 1	0,6	− 0,6
Mai 2	1,0	− 0,3
3	1,0	− 0,2
4	0,7	− 0,4
5	1,3	0,4
6	0,6	0,1
7	− 0,8	− 0,5
8	− 1,0	− 0,2
9	− 1,4	− 0,3
10	− 1,5	− 0,2
11	− 1,3	0,0
12	− 0,8	0,2
13	− 0,5	0,1
14	0,5	0,6
15	0,6	0,1
16	1,0	0,1
17	1,3	0,2
18	1,2	0,0
19	1,3	0,0
20	1,0	− 0,2
21	0,8	0,1
22	− 0,6	− 0,6
23	− 1,0	− 0,4
24	− 1,4	− 0,3
25	− 1,4	0,0
26	− 1,2	0,1
27	− 0,8	0,1
28	0,2	0,5
29	0,5	0,1
30	1,4	0,4
31	1,3	0,0
Juni 1	1,0	− 0,2
2	1,0	− 0,1
3	0,7	− 0,3
4	1,3	0,6
5	0,4	0,3
6	0,4	0,9
7	− 1,0	− 0,1
8	− 1,6	− 0,4
9	− 1,5	− 0,1
10	− 1,3	0,0
11	− 0,3	0,7
12	0,0	0,6
13	0,5	0,4
14	1,2	0,6
15	1,3	0,3
16	1,3	0,2
17	1,3	0,0
18	1,0	− 0,3
19	1,0	0,0
20	− 0,5	− 0,8
21	− 1,1	− 0,7
22	− 1,3	− 0,3
23	− 1,0	0,3
24	− 1,3	0,1
25	− 1,4	− 0,3
26	− 1,2	− 0,6
27	− 0,3	− 0,3
28	0,4	− 0,3
29	1,2	0,0
30	1,4	0,1
Juli 1	1,3	0,1
Juli 2	1,3	0,2
3	1,2	0,2
4	1,2	0,6
5	0,3	0,2
6	− 0,6	0,1
7	− 1,0	0,0
8	− 1,2	0,1
9	− 1,2	0,2
10	− 1,4	0,0
11	− 1,2	− 0,3
12	0,4	0,8
13	0,8	0,6
14	1,5	0,7
15	1,5	0,4
16	1,4	0,2
17	1,3	0,0
18	1,0	− 0,2
19	1,2	0,6
20	− 0,5	− 0,3
21	− 1,0	− 0,3
22	− 1,0	0,1
23	− 1,2	0,1
24	− 1,2	− 0,1
25	− 0,6	0,1
26	0,6	0,7
27	0,7	0,2
28	1,3	0,2
29	1,5	0,1
30	1,3	− 0,1
31	1,5	0,2
Aug. 1	1,3	0,1
2	1,2	0,2
3	0,3	− 0,2
4	0,0	0,1
5	− 0,7	− 0,1
6	− 1,0	0,0
7	− 1,3	0,0
8	− 1,0	0,3
9	− 1,3	− 0,2
10	− 1,0	− 0,5
11	0,5	0,4
12	− 0,6	− 1,3
13	1,0	− 0,2
14	1,3	0,0
15	1,0	− 0,4
16	0,4	− 0,9
17	0,5	− 0,4
18	− 1,0	− 1,2
19	− 1,3	− 0,8
20	− 1,0	0,0
21	− 1,3	− 0,1
22	− 1,4	− 0,2
23	− 1,0	0,0
24	0,0	0,5
25	0,5	0,4
26	0,7	0,0
27	0,9	− 0,3
28	1,0	− 0,4
29	1,4	0,1
30	0,8	− 0,6
31	1,0	− 0,3
Sept. 1	0,6	− 0,4
2	0,3	0,0
3	0,0	0,2
4	− 0,7	0,0
5	− 1,0	0,1
6	− 1,4	0,0
7	− 1,0	0,2
8	− 1,2	− 0,4
9	− 0,4	− 0,2
10	− 0,5	− 1,1
11	0,8	− 0,3
12	1,0	− 0,4
13	2,0	0,6
14	1,8	0,4
15	1,3	0,2
16	1,4	0,9
17	0,3	0,5
18	− 0,5	0,3
19	− 1,4	− 0,3
20	− 1,2	0,0
21	− 1,0	0,1
22	0,6	1,4
23	1,0	1,2
24	1,5	1,2
25	1,0	0,1
26	1,5	0,3
27	1,0	− 0,3
28	1,2	− 0,1
29	1,5	0,1
30	1,3	0,1
Okt. 1	0,5	− 0,2
2	0,0	0,0
3	− 0,4	0,1
4	− 0,8	0,2
5	− 1,2	0,1
6	− 2,0	− 0,6
7	− 1,2	− 0,1
8	− 0,4	0,1
9	0,5	0,3
10	0,8	− 0,1
11	1,3	0,0
12	1,2	− 0,1
13	1,3	0,0
14	1,5	0,3
15	1,2	0,5
16	0,3	0,3
17	− 1,3	− 0,6
18	− 1,3	− 0,3
19	− 1,4	− 0,1
20	− 1,3	0,0
21	− 1,0	0,1
22	− 0,8	− 0,1
23	− 0,3	− 0,1
24	0,5	0,1
25	1,2	0,3
26	1,0	− 0,1
27	1,5	0,3
28	1,2	− 0,1
29	1,8	0,5
30	1,5	0,5
31	0,9	0,6
Nov. 1	0,0	0,3
2	− 1,0	− 0,1
3	− 1,3	0,0
4	− 1,4	0,1
5	− 1,2	0,1
6	− 1,4	− 0,6
7	− 1,0	− 0,8
8	0,5	0,0
9	1,0	− 0,1
10	1,3	0,1
11	1,4	0,2
12	1,0	0,0
13	0,7	− 0,1
14	1,0	0,7
15	− 0,5	− 0,1
16	− 1,0	0,0
17	− 1,3	0,0
18	− 1,2	0,3
19	− 1,4	0,0
20	− 1,4	0,3
21	− 0,5	0,1
22	0,4	0,4
23	1,0	0,4
24	1,2	0,3
25	1,4	0,4
26	1,5	0,3
27	1,2	0,0
28	1,0	0,2
29	0,5	0,4
30	− 1,0	− 0,4
31	− 0,7	0,5

Tabelle IX giebt für Winde aus jeder der 16 Windrichtungen an, wie oft sie bei Vyl um 12 Uhr Mittags 1904 gleichzeitig mit einer Windstärke von mindestens 5 (Scala 0—12) vorkommen und ausserdem die Mittelwerte der Abweichungen in der Tabelle VIII für diese Tage.

Tabelle IX.

	N	NNO	NO	ONO	O	OSO	SO	SSO	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
Mittlere Werte der Abweichungen in Seem. pr. Stunde	—	0,0	+0,1	+0,5	+0,2	+0,4	−0,2	−0,2	−0,2	−0,1	−0,3	−0,3	−0,3	−0,4	−0,1	−0,1
Häufigkeit einer Windstärke $\leqq 5$	0	2	1	1	1	5	7	6	7	5	5	7	6	15	10	6

Hieraus ist ersichtlich, dass starke Winde aus den Richtungen NNW—W—SO dem Strom einen Komposanten nach NW geben, während Winde aus den Richtungen SO—NNO demselben einen Komposanten nach SO geben.

Es ist hiernach wahrscheinlich, dass das Ausschlaggebende nicht just der Wind ist, der bei Vyl weht, sondern dies, dass ein Wind derselben Richtung über die ganze deutsche Bucht weht und das Wasser in die Bucht hinein oder aus derselben heraus treibt, und dadurch Hinausströmen oder Hinzuströmen bei Vyl verursacht.

Résumé.

Wir haben in dem Vorhergehenden gesehen, dass der Oberflächenstrom bei Horns Rev alle Richtungen nehmen kann, und dass er bei stillem Wetter in derselben Richtung wie der Zeiger einer Uhr rotiert, dass der Strom aber nur in zwei Richtungen NNW und SSO mit so grosser Geschwindigkeit auftritt, dass sie praktische Bedeutung bekommen. Fig. 1 zeigt, dass diese Richtungen wie die Stromrichtungen bei Vyl der nahe dabei liegenden 20 Meter Isobathe folgen, obgleich diese bedeutend von der Form der Küste abweicht. Während der Mittelwert des Stromes (Tabelle II) doppelt so gross bei Horns Rev ist als bei Vyl, treten die periodischen Stromelemente mit fast gleichgrossen Amplituden an den beiden Orten auf; ausgenommen die halbtägige Hauptmondtide, die bei Vyl die grösste Amplitude hat, sind die Amplituden der anderen durchgehends etwas grösser bei Horns Rev als bei Vyl. Die wichtigsten Tiden, und mithin der gesammelte Strom, zeigen einen Phasenunterschied von ca. einer Viertelstunde zwischen Vyl und Horns Rev (Vyl vor Horns Rev), die einzige beachtenswerte Ausnahme macht die halbtägige Hauptsonnentide, deren Maximum früher (8^m vorher) bei Horns Rev als bei Vyl eintritt. Der maximale Flutstrom läuft bei Vyl durchschnittlich $3^h 20^m$ vor der Kulmination des Mondes, was ca. $5^1/_2{}^h$ vor Hochwasser bei Esbjerg ist und ca. $2^1/_2{}^h$ vor Hochwasser bei Helgoland. Während der Flutstrom (Strom gegen SO) bei Vyl durchschnittlich $5^h 22^m$ dauert und einen maximalen Wert von durchschnittlich 62,4 cm. pr. sec. hat, läuft der Flutstrom (Strom gegen SSO) bei Horns Rev während $4^h 39^m$ und hat die Maximalstärke 48,6 cm. pr. sec.; der Ebbestrom (Strom gegen NW) dauert bei Vyl von 35^m vor bis $6^h 28^m$ nach der Kulmination des Mondes und hat einen maximalen Wert von durchschnittlich 71,8 cm. pr. sec., während derselbe (Strom gegen NNW) bei Horns Rev von 42^m vor bis $7^h 4^m$ nach der Kulmination des Mondes dauert und durchschnittlich den Maximalwert 77,4 cm. pr. sec. hat. Der Vergleich zwischen beobachteten und berechneten Strömen bei Vyl zeigt, dass starke Winde von den Richtungen NNW—W—SO dem Strom einen Komposanten gegen NW geben, während Winde von den Richtungen SO—NNO demselben einen Komposanten gegen SO geben.

550. $^{23}/_4$ 1910.